TITRE: Contribution à la commande d'un robot bipède

Option: Automatique
Département de Mathématiques Appliquées

Directeurs de l'option: Messieurs BONNANS et ROUCHON

Organisme d'accueil :
Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique
INRIA Rhône-Alpes
ZIRST
655 avenue de l'Europe
38330 Montbonnot

Directeur de stage : Monsieur Espiau

Responsable du stage : Monsieur Wieber

Dates du stage : du 12 avril 1999 au 2 juillet 1999

soutenu le 5 juillet 1999 par **Jean-Jacques Parmentier**

Contribution à la commande d'un robot bipède

Résumé :
Ce document présente ma contribution à la commande des actionneurs d'un robot bipède au cours de mon stage d'option à l'INRIA. L'automaticien manipule des données articulaires pour la commande du robot. Or les capteurs de postion sont placés sur les axes moteurs et non articulaires ; de même la commande effective se fait sur le courant qui traverse les moteurs et non directement en couple articulaire. L'objectif de cette étude est de modéliser la chaîne de réduction moteur/articulation afin de la rendre transparente pour l'utilisateur, et de contribuer à l'écriture du driver de commande des actionneurs.

Contribution to the command of a biped robot

Abstract :
This document presents my contribution to the command of the actuators of a biped robot during my training course in the INRIA. The automatician manipulates datas on the articulations to control the robot. However the captors of position are placed on the actuators axes and not on the articulation. The actual command is made on the curant which goes through the motors and not directly in articulation torque. The aim of this study is to modelise the actuator/articulation reduction chain in order to make it invisible for the user, and to contribute to the writting of the driver of command of the actuators.

Contenu du document

1 Introduction **5**
1.1 Activités et objectifs du projet BIP . . . 5
1.1.1 Synoptique . . . 5
1.1.2 Pourquoi un robot bipède? . . . 5
1.2 Les collaborateurs du projet BIP . . . 6
1.3 Le matériel . . . 6
1.4 La problématique . . . 7

2 Présentation du matériel **9**
2.1 Le robot . . . 9
2.1.1 Squelette mécanique . . . 9
2.1.2 Le système de réduction . . . 9
2.1.3 Les actionneurs . . . 12
2.1.4 Les capteurs . . . 12
2.2 Architecture informatique . . . 14
2.2.1 Logiciel: ORCCAD . . . 14
2.2.2 Le matériel: le processeur 68040 . . . 15
2.2.3 Contrainte temps réel . . . 15

3 Modélisation **16**
3.1 Modélisation dynamique . . . 16
3.1.1 Modèle dynamique des actionneurs . . . 17
3.1.2 Modèle de frottements . . . 19
3.1.3 Extensions . . . 23
3.1.4 Bilan dynamique global . . . 23
3.1.5 Proposition d'architecture sous ORCCAD . . . 24
3.2 Modélisation géométrique . . . 24
3.2.1 Estimation de l'erreur globale sur la position du robot . . . 25
3.2.2 Modèles inverses . . . 26
3.2.3 Modèles directs . . . 28
3.2.4 La cheville . . . 29
3.2.5 Choix de calculer des tableaux de valeurs pour toutes les articulations . . . 30

4 Implantation du modèle géométrique dans le driver **32**
4.1 Paramétrisation des tableaux de valeurs de la cheville . . . 32
4.2 Décomposition de l'erreur au niveau de chaque articulation . . . 33
4.2.1 Actionneurs simples . . . 33
4.2.2 Actionneurs doubles . . . 35
4.3 Dérivées premières . . . 36
4.4 Dérivées secondes . . . 36

4.5 Calcul du pas de discrétisation 38
4.6 Programmation 40

5 Mesures de vitesse et d'accélération 41
5.1 La marche humaine 41
5.2 Approche du problème de la mesure de la vitesse 41
5.2.1 Etat de l'art 41
5.2.2 Proposition d'une méthodologie 42
5.2.3 La méthode des différences finies 42
5.3 Vitesse articulaire et accélération 43
5.4 Rapport de réduction 43
5.4.1 Utilisation des tableaux du modèle direct $g = f(\theta)$ 44

6 Conclusion et perspectives 45
6.1 Bilan du travail réalisé 45
6.2 Perspectives 46

A Dimensionnement des transmetteurs 47

B Résultats de l'étude de M.Rostami sur les frottements des articulations d'un prototype de jambe du bipède 49

Chapitre 1

Introduction

1.1 Activités et objectifs du projet BIP

Les informations générales sur le projet sont disponibles à l'adresse :

http://www.inrialpes.fr/bip/Bip-2000/index-fr.html

1.1.1 Synoptique

L'objectif central du projet BIP à l'INRIA consiste à construire intégralement (ce qui implique la conception électro-mécanique, la simulation par ordinateur et le contrôle) un robot bipède anthropomorphique avec une capacité d'adaptation aux terrains imprévus tels qu'une pente inclinée ou un escalier.

Le robot, en étude depuis quatre ans dans le cadre d'un projet plurilaboratoire, comportera deux jambes et un tronc, et possédera 17 articulations dans sa version finale. Ses dimensions et sa structure d'actionnement des jambes sont inspirées de la cinématique humaine. Ce système représente la synthèse de recherches avancées en conception de mécanismes, en automatique et en informatique.

L'état d'avancement du projet est le suivant : l'articulation type puis un prototype de jambe à 4 degrés de liberté ont été conçues, réalisées et validées. Puis les deux jambes de la version BIP2000 ont été construites. Les environnements logiciels de contrôle/commande temps réel sont opérationnels dans une version alpha-test.

La première échéance est dans un an: le robot BIP sera présenté au pavillon français de l'exposition universelle de Hanovre de l'an 2000. Il y effectuera des tâches spécifiques prédéterminées, notamment des aller retours sur terrain plat.

1.1.2 Pourquoi un robot bipède?

La mobilité au moyen de jambes possède certains avantages majeurs sur d'autres types de mobilité tel que le mouvement généré par les roues. Par exemple, un robot bipède ne nécessite pas un contact permanent avec le sol et donc peut fonctionner sans une route préparée. De même les

caractéristiques du terrain local, telles que ses ondulations et la présence de trous ont beaucoup moins d'influence sur ses performances.

Sans doute deux des plus importantes applications du projet se situeront dans la maintenance d'environnements à risques et dans le domaine de la biomécanique. Les centrales nucléaires vieillissantes et les usines chimiques posent des problèmes majeurs de sécurité en raison du risque potentiel lié à un accident. Des véhicules autonomes à roues ne peuvent pas toujours avoir un libre accès à ces centrales. C'est précisément un milieu où les robots bipèdes peuvent apporter un avantage significatif. La seconde sphère d'intérêt se situe dans la biomécanique. Si l'on fait abstraction des progrès significatifs faits récemment dans la compréhension du contrôle de la motricité humaine, et en particulier de la locomotion humaine, il reste beaucoup à comprendre avant que des traitements rationnels soient appliqués à des patients en rééducation et à ceux souffrant de maladies congénitales telles que la paralysie cérébrale.

1.2 Les collaborateurs du projet BIP

Un projet d'une telle envergure exige la collaboration de plusieurs laboratoires :

1- Le projet BIP proprement dit, se compose de deux groupes:

- d'un côté les automaticiens : une analyse expérimentale de la marche humaine sur plans inclinés a été réalisée, mettant en évidence quelques paramètres significatifs à intégrer dans la commande du robot. La modélisation et la recherche des cycles naturels des systèmes mécaniques avec impact a également avancé et des lois de commande, simples ou optimales ont été proposées. Mon directeur de stage, Bernard Espiau, est le directeur du projet BIP et je suis encadré par Pierre-Brice Wieber, qui y est doctorant.

- de l'autre les informaticiens temps réel : un environnement logiciel complet appelé O.R.C.C.A.D, permettant la spécification, la vérification formelle et la programmation temps réel automatique du contrôle/commande a été développé.

2-Le service des moyens robotiques de l'INRIA qui s'occupent réalisation de manipulations robotiques, de la partie câblage et de l'informatique bas-niveau.

3-Le Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Université de Poitiers qui a effectué l'étude, la conception l'optimisation et la structure mécanique du robot.

1.3 Le matériel

Le robot bipède sera construit en deux exemplaires, un au LMS et le deuxième à l'INRIA. Nous disposons actuellement de 2 jambes. Le pelvis qui servira de hanche au robot est en cours de réalisation et devrait être livré en août 1999.

Dans un premier temps, le robot est maintenu dans un plan par une armature métallique. Il peut donc librement avancer, reculer et effectuer des mouvements de flexion extension. Lorsque la marche planaire sera maîtrisée, les déplacements hors du plan seront envisagés.

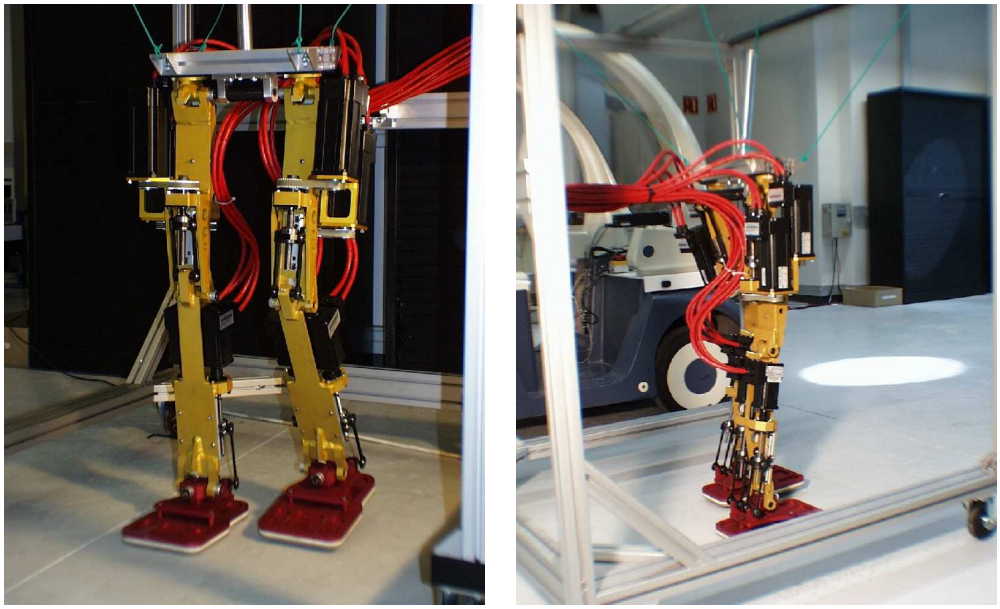

FIG. 1.1 – *Photos des deux jambes du robot BIP2000*

1.4 La problématique

Le premier travail de l'automaticien est de déterminer une trajectoire que devra suivre le robot. En fonction des résultats fournis par les capteurs, la trajectoire réelle du robot est estimée, ainsi que l'écart à la trajectoire désirée. Cet écart est dû aux imperfections du modèle, aux frottements, aux perturbations ponctuelles, etc. L'automaticien spécifie alors une loi de commande des actionneurs, qui a pour but de stabiliser la trajectoire réelle du robot sur la trajectoire désirée.

Pour cela, il faut d'une part déduire des informations données par les capteurs une estimation la plus précise possible de l'état réel du robot à un instant donné, notamment les positions et les vitesses articulaires ; d'autre part, pouvoir convertir le plus exactement possible la commande en couple articulaire en courant effectif traversant les moteurs.

C'est à ce niveau, à l'interface entre les mécaniciens, les ingénieurs roboticiens et les automaticiens que se situe le travail de mon stage. Il revient à étudier l'implantation du "driver" de commande des actionneurs. L'objectif est de rendre transparente la structure physique du robot pour l'utilisateur : celui-ci écrit une loi de commande sur les paramètres articulaires, et le driver doit fournir les données des capteurs directement en données articulaires. La non-linéarité de la chaîne de réduction entre les moteurs et les articulations rend le travail plus complexe.

C'est un domaine qui n'avait pas encore était exploré par les différentes équipes. C'est pourquoi il me manquait une méthodologie ainsi que les ordres de grandeurs qui auraient pu orienter mon travail dans des directions précises. C'est après quelques tâtonnements que mon travail a évolué vers :

- Effectuer la synthèse de l'état des connaissances et des études faites sur le robot BIP.

- Réaliser la modélisation cinématique de la chaîne de réduction moteur/articulation et étudier de son implantation dans le driver de commande des actionneurs.

- Effectuer la modélisation dynamique des actionneurs et de la chaîne transmission.

- Proposer une architecture du driver de commande.

En arrivant dans le projet BIP, je pouvais choisir un sujet de recherche plus théorique en automatique. J'ai préféré ce sujet plus pratique, car j'espérais pouvoir valider mon travail par des expériences sur le robot. Malheureusement, la livraison, le câblage et le rodage du robot ont pris plus de temps que prévu, et je n'ai pas eu l'opportunité de faire des manipulations.

C'est pourquoi ce rapport ne prétend pas être un recueil de solutions toutes faites. Il constitue un ensemble de propositions et de pistes de travail qu'il reste à valider.

Chapitre 2

Présentation du matériel

Une étude des contraintes physiques dues aux choix technologiques et au choix du matériel permet d'obtenir certains ordres de grandeur utiles pour orienter notre travail.

2.1 Le robot

A terme, le robot sera autonome. Il a été conçu pour reproduire les caractéristiques physiques d'un être humain, à la fois en taille et en poids. Etant donné que c'est l'étude de la marche qui nous intéresse, la première version complète ne possédera pas de bras ni de tête comme le montre les schémas de la figure 2.1.

Dans ce qui suit, nous détaillons les différentes parties du robot qui intéressent notre travail de modélisation. La seule référence qui reste valable pour les choix concernant la structure mécanique du robot, est Philippe Sardain du laboratoire de mécanique des solides (LMS) de Poitiers.

2.1.1 Squelette mécanique

Le robot est composé pour l'instant de 14 segments et 15 axes. La paramétrisation, les poids et inerties de chaque segment sont détaillés dans [6].

L'erreur due à l'élasticité du robot et au jeu des articulations est estimée par le LMS à 5mm pour 1m de structure métallique. Elle est liée aux choix technologiques. Cette valeur sera une référence lors des calculs d'erreurs que nous serons amenés à faire.

2.1.2 Le système de réduction

La marche humaine se décompose en plusieurs phases, dont certaines sont actives, c'est-à-dire lorsque nous forçons le déplacement de nos membres, et d'autres passives, où nous relâchons nos muscles et utilisons des effets dynamiques passifs, pour le balancement des jambes par exemple. Cela nous permet d'économiser une grande quantité d'énergie pour nos déplacements.

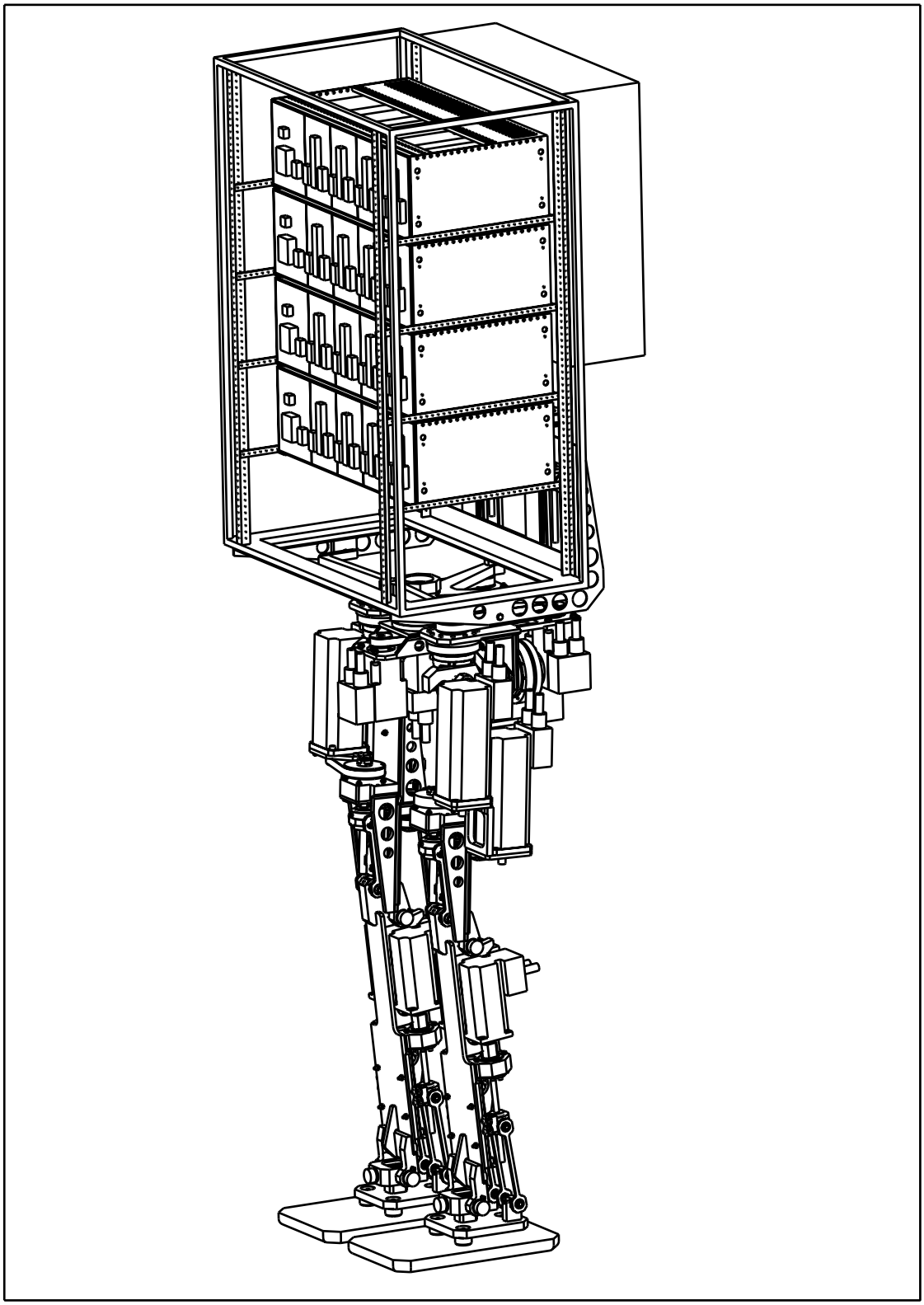

FIG. 2.1 – *Schéma de l'état final de la première version du robot BIP2000*

FIG. 2.2 – *Photo de la cheville*

Ainsi des squelettes métalliques anthropomorphiques ont été construits, qui peuvent marcher sur une pente légèrement descendante sans l'aide d'aucun moteur, et donc avec une consommation d'énergie nulle (voir [2]). Leur démarche est proche de celle de l'homme.

C'est donc pour reproduire une démarche naturelle humaine mais surtout pour des considérations énergétiques, qu'il est essentiel, dans le cas du robot bipède, que le système de transmission moteur/articulation soit réversible.

Le système de transmission choisi est un ensemble vis/écrou à rouleau satellite/biellette (voir la photo de la cheville 2.2), pour sa capacité à encaisser les charges axiales et à produire des accélération de l'écrou importantes. Il a l'avantage d'être compact et surtout de permettre des mouvements réversibles.

Le système vis-écrou peut fonctionner selon deux modes différents. Soit le mouvement de translation du rouleau est provoqué par le couple exercé par la vis, soit il est provoqué par la force exercée par la biellette. Dans un système vis-écrou classique, un couple appliqué sur la vis peut toujours provoquer une translation de l'écrou et donc le mouvement de l'articulation. En revanche, une force appliquée sur l'écrou provoque rarement une rotation de la vis en raison de couples de frottements très élevés. Cela devient possible avec la technologie des écrous à rouleaux satellites. Ainsi, lorsque les couples exercés par les moteurs sont très faibles voir nuls, il est possible que le couple exercé par le poids des segments du robot fasse tourner les articulations. Ainsi le robot BIP est susceptible de s'affaisser sous son propre poids.

Toutes les articulations sont équipées de ce système vis/écrou à rouleau satellite/biellette. Le cas des cheville est particulier car elles sont équipée de deux systèmes en parallèle pour effectuer les deux rotations, sagittale et frontale comme le montre la photo 2.2. Les deux articulations sont donc couplées. Globalement, lorsque les deux moteurs fonctionnent dans le même sens à la même vitesse, ils commandent la rotation sagittale, et dans le sens opposé, ils commandent la rotation frontale.

2.1.3 Les actionneurs

Les actionneurs utilisés sont des servomoteurs PARVEX LX avec servoamplificateurs SBS dont les caractéristiques techniques sont données en [3].

Les moteur Parvex disposent, au choix, d'un asservissement en courant ou en vitesse. Il existe un "switch" physique pour passer d'un mode à l'autre. Cependant le temps de réponse de la commande en vitesse est beaucoup plus grand que pour la commande en courant. De plus, la commande en vitesse n'est satisfaisante que pour des vitesses constantes, ce qui sera rarement le cas du bipède. Nous choisissons donc de contrôler les actionneurs en courant et de calculer les vitesses de rotation des axes moteurs..

Les axes moteurs sont équipés d'un système de compteur optique de position. Un tour est régulièrement subdivisé en un nombre entier de tops codeurs. Un codeur incrémental permet à chaque instant de connaître la position du moteur par rapport à sa position initiale. Le compteur est mis à zéro à l'initialisation, quelle que soit la position réelle du robot.

Il est aussi possible de lire le courant qui traverse réellement le moteur. Ce courant peut être légèrement différent du courant spécifié en raison du temps de réponse en courant, que le constructeur juge nul, des vibrations, ou autres perturbations. Elle peut servir à valider l'hypothèse que le temps de réponse en courant est négligeable devant 10 millisecondes qui est la période de traitement des données (voir 2.2). A part cela, cette lecture est a priori inutile pour le driver.

2.1.4 Les capteurs

Lors de l'initialisation du robot, les codeurs de position sur les axes moteurs sont mis à 0. Ces codeurs permettent donc de connaître après un déplacement, les angles moteurs relatifs par rapport à ce 0.

Il y a deux possibilités pour déterminer la position absolue :

- Faire bouger les membres du robot afin de venir buter physiquement sur une position de référence. L'inconvénient majeur est que le robot risque alors de perdre l'équilibre et de tomber.

- Rajouter des détecteurs de position absolue sur les articulations.

C'est cette deuxième solution qui a été retenue. Les détecteurs choisi sont des potentiomètres. Ils donnent une tension proportionnelle à l'angle formé par l'articulation. Leur précision est cependant largement inférieure à la précision des capteurs optiques au niveau moteur. Ils ne serviront donc qu'une seule fois, à l'initialisation, pour déterminer la position absolue du robot. Les capteurs optiques prennent alors le relais pour déterminer la position relative.

Données techniques sur les potentiomètres

Les potentiomètres actuellement en place sur le robot sont des MA 851 de chez Megatron. Ils indiquent une résistance de $5k\Omega$ à 10% près, et une linéarité valable à 0.5%. Les techniciens de Mégatrons affirment ne pas disposer de système d'étalonnage de leurs potentiomètres. Une alimentation de 10V pour 360 degrés, donne 3 mV pour 1/10 degré. Nous arrivons dans le bruit de l'alimentation. De même, à cette précision, l'influence de la température risque de ne plus être négligeable (à vérifier). Des mesures ont alors été effectuées par les moyens robotiques. Il s'avère que la linéarité est extrêmement mauvaise et un phénomène d'hystérésis est apparu. De plus, La répétabilité est limitée par l'usure des

potentiomètres. Ces données nous indiquent que tous les potentiomètres sont différents les uns des autres et qu'il faut tous les étalonner un par un.

Nous pensons que nous pouvons tout de même atteindre une précision de 1/4 de degrés avec ces potentiomètres. Comme nous le verrons en 3.2.1, 1/4 de degrés sur chaque articulation correspond à une erreur de 4cm sur la position du bout du pied en l'air lors de l'appui unipodal. Plus généralement, une erreur de 1 degré sur une articulation correspond à une erreur de 17mm en mètre plus loin.

Nous proposons la procédure d'étalonage suivante :

-Installer de façon définitive les potentiomètres sur les articulations avec de la colle.

-Venir sur une position de référence pour chaque articulation. Cela correspond à la butée physique rigide de la jambe tendue pour le genou ; la verticale du tibia mesurée par un fil à plomb pour la cheville ; l'horizontale du pelvis mesurée à l'aide d'un niveau à goutte pour la hanche. Ces positions de référence doivent être obtenues avec une précision inférieure au 1/4 de degré. Elles correspondent à des positions de référence sur les axes moteurs, que nous pouvons marquer au marqueur pour une meilleure répétabilité.

-Puis plier progressivement l'articulation de façon continue dans un seul sens afin d'éviter l'hystérésis. Lire et enregistrer au fur et à mesure les positions relatives sur les axes moteurs à l'aide des lecteurs optiques.

-Réaliser ainsi un tableau de correspondance entre la valeur donnée par le potentiomètre et la position absolue de l'axe moteur.

-Construire éventuellement un deuxième tableau de valeur en faisant tourner les moteurs dans l'autre sens.

De cette façon là, il suffit à l'initialisation de faire légèrement tourner les moteurs dans un sens, pour déterminer sur quelle partie de l'hystérésis nous sommes, puis de convertir la valeur lue sur le potentiomètre en position absolue de l'axe moteur grâce au tableau de valeur correspondant.

L'intérêt d'une telle procédure automatisée est de pouvoir la répéter à volonté pour chaque articulation indépendamment. Il reste à réaliser effectivement cette procédure et à déterminer le temps d'utilisation correspondant à une usure des potentiomètres de l'ordre de grandeur de la précision.

Remarque : Le dizième de degré est l'ordre de grandeur de la précision désirée. Pour éviter le bruit de l'alimentation, il est possible de les alimenter avec une tension plus élevée (100V) pendant quelques secondes, le temps d'effectuer la lecture de position absolue, puis couper l'alimentation.

Liste des capteurs

D'autres capteurs sont en cours d'étude les moyens robotiques pour une éventuelle installation sur le robot.

-Trois capteurs de force placés, entre le pied et la semelle, doivent permettre de détecter une prise ou une perte de contact avec le sol.

-Un inclinomètre permet de déterminer l'inclinaison du robot. L'intérêt de cet appareil réside dans sa grande précision (1/50 de degrés) et le fait qu'il ne s'use pas, car la mesure se fait à l'aide du niveau d'un liquide et non pas d'un système de frottements comme pour les potentiomètres. En revanche, il faut attendre 0.1s que le liquide se stabilise pour avoir une bonne mesure.

-Un système à ultasons qui peut détecter d'éventuels obstacles et établir un profil du terrain en avant du robot.

La liste des capteurs n'est pas fixée à ce jour.

2.2 Architecture informatique

2.2.1 Logiciel: ORCCAD

La commande qui sera conçue pour le robot BIP sera implantée à l'aide du logiciel ORCCAD (Open Robot Controler Computer Aided Design), développé par l'équipe informatique du projet.

ORCCAD est un environnement logiciel temps réel qui permet de concevoir et de mettre en œuvre le contrôle et la commande d'un système robotique, ainsi que la spécification et la validation des missions à réaliser par celui-ci. Il est destiné aux applications temps réel, dans lesquelles les aspects relevant de l'automatique (asservissements, commandes) interagissent avec ceux manipulant des événements discrets (systèmes hybrides). ORCCAD s'adresse particulièrement aux systèmes en forte interaction avec l'environnement, par le biais de nombreux capteurs et actionneurs. Il offre une sûreté de programmation et des possibilités de validation par simulation ou par vérification formelle.

Les interfaces graphiques permettent la spécification de haut niveau et la génération de code exécutable temps réel. La mise en œuvre d'un système en vue d'une application donnée se fait en termes d'enchaînements de comportements de base et de procédures sur la spécification produite. ORCCAD permet aussi de concevoir des actions élémentaires associant des lois d'asservissement à leur environnement événementiel (conditions de démarrage et d'arrêt, exceptions), des outils de validation sont proposés, et des "boites à outils" (structures de commande prédéfinies, modèles de manipulateurs...) sont disponibles. De plus, il est possible de définir des aspects informatiques qui permettent de vérifier la validité des choix technologiques. Le noyau d'ORCCAD qui permet la conception de divers niveaux de tâches est réalisé selon une approche orientée objet, qui utilise divers outils, notamment le langage synchrone impératif ESTEREL et son environnement de simulation discrète et de vérification, le langage métier pour la robotique MAESTRO et SIMPARC, un simulateur hybride permettant de valider la discrétisation temporelle de schémas de commande et leur exécution sur une architecture cible.

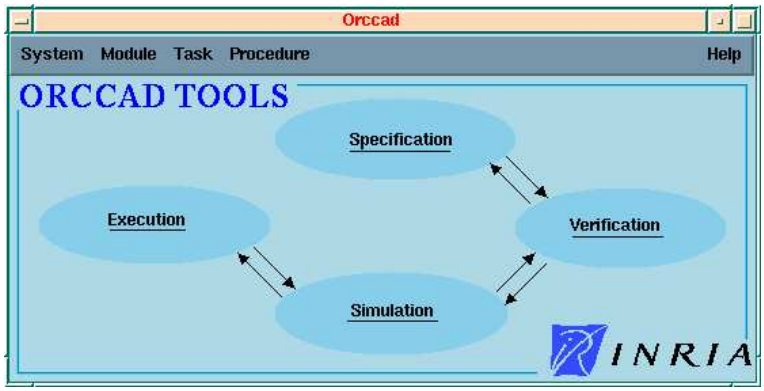

FIG. 2.3 – *Fenêtre principale d'ORCCAD*

L'utilisateur a besoin de connaître avec une grande précision: - Les positions articulaires - Les vitesses articulaires Il specifie : - Les couples articulaires Les capteurs donnent accès à 2 données : - La position articulaire - Les courants effectifs dans les moteurs correspondant aux couples moteurs développés. L'un des objectifs de létude développée dans ce document est de convertir les données moteurs en données articulaires et réciproquement en maîtrisant les erreurs

2.2.2 Le matériel: le processeur 68040

Le 68040 sur lequel va tourner le programme est un processeur 32bits avec 16MO de RAM non extensibles. La mémoire est suffisante pour ne pas se préoccuper de problèmes de place. De plus, le processeur effectue des calculs à virgules flotantes. Nous travaillerons donc avec des *doubles* et des *integers*. En revanche, nous veillerons à minimiser la durée des calculs lorsque cela est possible.

2.2.3 Contrainte temps réel

ORCCAD opère une discrétisation du temps pour le traîtement de ses données et le calcul en OS temps réel VxWorks. Connaissant les périodes de fonctionnement des autres robots de l'Inria, nous estimons la période minimale de fonctionnement à $T_{ORCCAD} = 10ms$. Cependant ce temps est supérieur au temps caractéristique de variation des vitesses articulaires d'après les données sur la marche humaine de D.Winter [9]. Nous ne pouvons pas effectuer les calculs de vitesses avec une fréquence de lecture des positions aussi faible (voir section 5.2.3). Nous proposons donc d'inclure ces calculs dans le module de ressources physiques qui peut effectuer les mesures toutes les $T_{RPh} = 1ms$.

Chapitre 3

Modélisation

La présentation du matériel nous a familiarisé avec notre environnement de travail et nous a permis d'obtenir quelques ordres de grandeur de référence.

Nous avons vu que l'automaticien doit effectuer des commandes en couple et non en vitesse, qu'il préfère spécifier au niveau articulaire. Cependant, la commande effective se fera par les courants traversant les actionneurs. Meilleure sera la modélisation dynamique de l'ensemble de transmission actionneur/articulation, plus fidèle à la commande sera la réponse des actionneurs. C'est ce modèle que nous tenterons de définir dans la section qui suit. D'un autre côté, l'automaticien a besoin de connaître les positions articulaires exactes du robot. Nous essaierons donc ensuite de fournir un modèle géométrique de la chaîne de transmission, qui permette de convertir les données des capteurs sur les axes moteurs en données articulaires.

Dans toute la suite, nous noterons q les angles articulaires et θ les angles moteurs. Les variables correspondant aux articulations seront indices avec un a, et celles des moteurs avec un m.

3.1 Modélisation dynamique

L'automaticien a connaissance du modèle dynamique global du robot exprimé en fonction des variables articulaires :

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = C(q)^T \lambda + \Gamma_a$$

$M(q)$ est la matrice des inerties du système.

$N(q, \dot{q})$ vecteur des forces de Coriolis, centrifuges, et de gravité.

$C(q)^T \lambda$ les contraintes réalisées par le contact avec le sol.

Γ_a le couple articulaire désiré.

La chaîne de transmission des couples développés par les arbres moteurs jusqu'aux articulations est complexe et ne peut pas être modélisée en détails. D'après Philippe Sardain du LMS, qui a effectué des tests sur le premier prototype de la jambe, il y a 2 effets dynamiques importants : les frottements et l'inertie des moteurs.

La modélisation que nous proposons ci-dessous possède une imprécision trop importante pour que l'on s'intéresse à d'autres effets pour l'instant.

Nous pensons malgré tout que ce modèle est suffisant pour obtenir un suivi de trajectoire satisfaisant, les lois de commande étant là pour rectifier les écarts avec la trajectoire spécifiée.

3.1.1 Modèle dynamique des actionneurs

Nous proposons le modèle mathématique des actionneurs suivant :

$$J_m\ddot{\theta}_m(t) + B_m\dot{\theta}_m(t) = k_m I_m - C_m$$

J_m = Inertie du rotor.

B_m = Coefficient de friction visqueuse.

k_m = Couple par ampère crête du moteur.

I_m = Intensité traversant le moteur, c'est notre commande. kI est le couple électromagnétique.

C_m = Couple mécanique efficace transmis par l'arbre moteur.

$\theta_m(t)$ = Position angulaire des axes moteurs.

La documentation des moteurs [3] ne nous donne pas la valeur des coefficients de frottements visqueux B_{m_k}. Les moteurs sont considérés par Parvex comme étant à très haute dynamique. Sous réserve de confirmation lors de tests, nous décidons de négliger ce terme. Notre modèle est :

$$k_m I_m = C_i + C_m$$

Nous avons deux solutions pour le calcul du couple inertiel C_i :

-Soit le calculer en fonction de l'accélération moteur mesurée :

$$C_i = J_m\ddot{\theta}_m$$

Mais une mesure de l'accélération moteur avec une précision acceptable est très difficile comme nous le verrons en 5.3. Nous devons a priori oublier cette méthode.

-Soit l'exprimer en fonction des angles articulaires q et de leurs dérivées. Appelons $r(q)$ de réduction des vitesses.

$$\dot{\theta} = r(\theta)\dot{q}$$

Puis en dérivant

$$C_i = J_m(r(q)\ddot{q} + \frac{dr}{dq}\dot{q}^2)$$

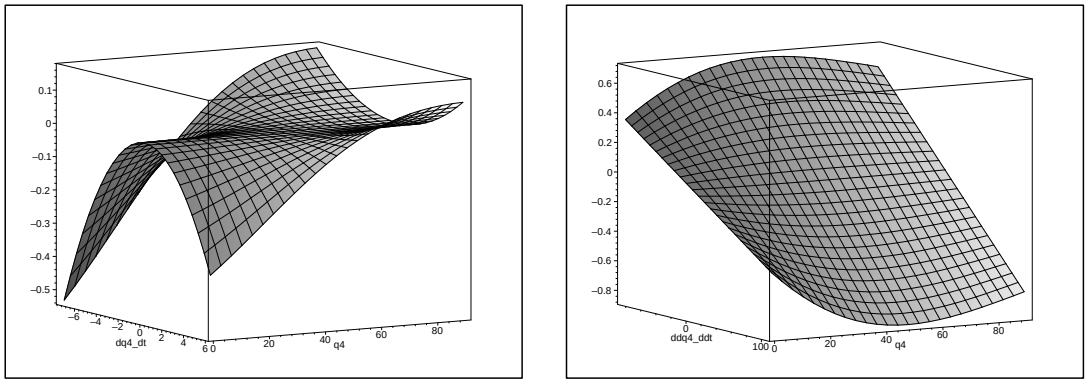

FIG. 3.1 – *Composantes du couple inertiel pour la hanche : à gauche* $J_m \frac{dr}{dq}\dot{q}^2$ *et à droite* $J_m r(q)\ddot{q}$

Rappelons que la cheville est composée de deux moteurs en parallèle (voir la figure 2.2). Soit G la matrice 2*2 telle que $\dot{\theta} = G\dot{q}$. Le vecteur $G\dot{q}$ est exprimé dans la base des axes des moteurs (θ, θ'). Nous pouvons donc donner le modèle dynamique suivant, avec J_m la matrice diagonale des inerties des moteurs :

$$C_i = J_m(G\ddot{q} + \dot{G}\dot{q})$$

L'intérêt de cette deuxième méthode réside dans la possibilité d'obtenir une meilleure précision qu'en mesurant l'accélération moteur. q et $\dot{q}$ sont connus de l'automaticien par des moyens que nous détaillerons plus tard. Il lui reste à calculer les valeurs de $\ddot{q}$ via le modèle dynamique global du robot puisqu'il connaît Γ_a. L'inconvénient majeur est la lourdeur de calculs associée à la résolution de ce système.

Ordres de grandeur du couple inertiel

Pour estimer l'ordre de grandeur des différents termes du couple inertiel, nous disposons de données biomécaniques articulaires de D.Winter [9]:

	Γ_a	$\dot{q}$ (rad/s)	$\ddot{q}$ (rad/s_2)
hanche	100 N.m	$[-1.71, 3.7]$	$[-37, 38]$
genou	160 N.m	$[-7.4, 6]$	$[-87, 107]$

La figure 3.1 donne la valeur des 2 composantes du couple inertiel $J_m \frac{dr}{dq}\dot{q}^2$ et $J_m r(q)\ddot{q}$. Nous verrons en 3.1.2 que la précision du modèle du couple de frottements choisis est moins bonne que l'ordre de grandeur du terme $J_m \frac{dr}{dq}\dot{q}^2$. Ce dernier est presque nul sauf en extension maximale de la hanche et à grande vitesse, ce qui est une configuration qui ne devrait pas se produire pour des trajectoires de marches. De plus, ce terme contient la fonction assez lourde $\frac{dr}{dq}$ qui n'est utilisé que pour le calcul de cette composante du couple inertiel. Nous décidons donc de négliger ce terme afin de gagner en vitesse de calcul. Rojas-Estrada [4], qui a testé deux lois de commandes en simulation au LMS est arrivé à la même conclusion pour des trajectoires particulières.

Il reste dans notre modèle :

$$C_i = J_m r(q)\ddot{q}$$

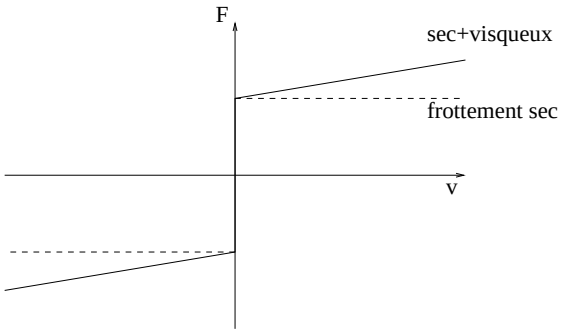

FIG. 3.2 – *Modèle traditionnel de frottements*

Le calcul de r(q) est détaillé au chapitre 5.

3.1.2 Modèle de frottements

Modèle traditionnel

Les frottements sont traditionnellement modélisés comme une action $\mathbf{F_{fr}}$ tangentielle, perpendiculaire aux forces de contacts normales à la surface $\mathbf{F_N}$. Ils s'opposent auxmouvements avec une intensité proportionnelle à la force de contact (figure 3.2).

$$\mathbf{F_{fr}}.\mathbf{v} \leq 0$$

$$\mathbf{F_{fr}}.\mathbf{F_N} = 0$$

$$||\mathbf{F_{fr}}|| \text{ et } ||\mathbf{F_N}|| \text{ sont proportionnels}$$

La thèse de Mostafa Rostami

La dernière partie de la thèse de Mostafa Rostami [5] présente les résultats de tests de flexion-extension sur un prototype de jambe du bipède au LMS de Poitiers. Ce mouvement simule un mouvement de monté d'escalier, lorsque tout le poids est transféré sur un seule jambe.

Ces tests ont permis de valider ou d'invalider les choix technologiques du prototype de jambe. Certaines modifications ont ainsi été apportées sur les articulations, car les frottements y étaient trop importants. D'après les résultats, il est notamment possible d'affirmer que le robot sera capable de monter une marche d'escalier.

Cependant, l'intérêt principal de cette étude réside dans l'observation des effets de pesanteur sur le système mécanique réel, soumis conjointement aux effets du frottement. Comme nous l'avons vu en 2.1.2, les choix technologiques se sont portés sur un système de transmission réversible, c'est à dire que le robot peut s'affaisser sous son propre poids. M.Rostami propose donc de distinguer deux modes de fonctionnement. Pour comprendre la différence, imaginons un mouvement de flexiond'une jambe :

- Si les frottements sont suffisamment faibles, le poids du robot le fait s'écrouler sur lui-même. Les actionneurs peuvent "freiner" la flexion. Ils sont aidés alors par les frottements qui s'opposent eux aussi au mouvement. Nous parlerons de mode "récepteur"

- Si les frottements sont importants, le poids ne suffit pas a mettre les articulations en mouvement. Les actionneurs doivent alors conjuguer leurs effets à la pesanteur, alors que les frottements s'y opposent. Nous parlerons de mode "moteur". C'est le même mode de fonctionnement que pour une extension, lorsque les moteurs doivent combattre à la fois la gravité et les frottements.

Ces modes ont été mises en évidence lors des tests de flexion-extension.

Afin d'obtenir une estimation du couple de frottements, M.Rostami a étudié les variations de la différence :

$$C_p = C_m - \frac{\Gamma_a}{r}$$

Γ_a = Couple articulaire.

r = Rapport de réduction.

C_m = Couple effectivement développé par le moteur après l'application de la loi de commande.

C_p = Couple correspondant à toutes les pertes à travers la chaîne de réduction. C'est ce que M.Rostami appelle le couple de frottements.

$\frac{\Gamma_a}{r}$ correspond au couple que devrait développer le moteur pour obtenir le couple articulaire Γ_a en l'absence de frottements et sans perte de puissance dans la chaîne de réduction. C'est ce que M.Rostami appelle le couple *théorique*.

Les courbes qu'il obtient (cf annexe B) l'amènent à postuler que la dépendance entre le couple C_p et le couple théorique est quasi-affine:

$$C_p = f_{1,2} + a_{1,2}\frac{\Gamma_a}{r}$$
$$C_m = f_{1,2} + (1 + a_{1,2})\frac{\Gamma_a}{r}.$$

où $f_{1,2}$ et $a_{1,2}$ sont des coefficients mesurés qui dépendent du mode de fonctionnement des actionneurs, soit *récepteur* soit *moteur*.

Interprétation du modèle

M.Rostami pense que la loi de proportionnalité proposé par son modèle correspond à la loi de proportionnalité du modèle de frottements de Coulomb. C'est pourquoi il a interprété C_p comme étant le couple de frottements.

Coulomb nous dit que la force de frottement tangentielle est proportionnelle à la force de contact normale à la surface. Or, dans le système vis-écrou à rouleau satellite, la vis tourne à l'intérieur de l'écrou. Les efforts de contact sont globalement axiaux. Les jeux entre les pièces étant quasi-inexistants, les forces de contact dépendent essentiellement de la compression des pièces les unes contre les autres. Ces forces de contact créent des forces de frottements tangentielles qui leur sont proportionnelles et qui s'opposent aux mouvements. Cependant, les forces de compression restent constantes au cours d'un mouvement (aux effets thermiques, de lubrification et d'usure près). Les frottements dits de Coulomb restent donc constants eux-aussi. Ils n'ont a priori pas de raison d'être proportionnels aux couples moteurs ou articulaires qui mettent la vis en rotation. Nous pensons donc que Coulomb permet d'interpréter la constante $f_{1,2}$ du modèle et non $a_{1,2}$ comme le faisait M.Rostami.

Nous proposons d'interpréter plutôt le coefficient de proportionnalité $\eta_{1,2} = (1 + a_{1,2})$ comme un coefficient de transmission de puissance, c'est-à-dire le rendement de puissance. Ce rendement dépend du mode "moteur" ou "récepteur".

La formule que nous retenons est:

$$C_m = f_{1,2} + \eta_{1,2} * \frac{\Gamma_a}{r}$$

.

Limitations

Le modèle proposé a été vérifié par M.Rostami sur une dizaine de courbes obtenues pour une trajectoire sinusoïdale de flexion-extension, avec des périodes et des charges variables. Cela ne semble pas suffisant pour valider le modèle de frottements proposé. Il va donc falloir effectuer une série de tests, permettant de valider ou d'invalider le modèle choisi sur des trajectoires plus représentatives de l'ensemble des mouvements que le robot sera amené à faire.

Ces courbes permettent cependant de tirer quelques résultats qualitatifs : ils montrent que dans un mouvement de montée de marche d'escalier, la composante "visqueuse" des frottements est négligeable devant la composante de Coulomb. C'est pourquoi M.Rostami a postulé son modèle affine. Cependant le bruit des mesures est très important. Avec une loi de commande plus précise que celle qu'il a utilisée, il sera peut-être possible d'établir un modèle plus fin. L'identification d'une dépendance avec la vitesse semble de toute façon difficile à établir sur les courbes $C_m = f(\frac{\Gamma}{r})$ où la vitesse n'apparaît pas explicitement.

Détails du modèle en fonction du régime de fonctionnement

Les frottements secs sont répartis sur toute la chaîne de réduction, de même que les pertes de puissances. Il serait trop complexe et vain de tenter d'en déterminer l'origine exacte. La chaîne de réduction, supposée sans masse, transmet des couples qui peuvent être décomposés comme suit:

$$C_m - - - f_{1,2} - - - (\Gamma_e)(REDUCTEUR - \frac{\eta_{1,2}}{r} -)(\Gamma_s) - - - \Gamma_a$$

$\dot{q}_s.\Gamma_s$ et Γ_e et Γ_s sont respectivement les couples à l'entrée (côté moteur) et à la sortie (côté articulation) du réducteur dans notre schéma.

La détermination du régime de fonctionnement *moteur* ou *récepteur* dépend du sens de transmission de puissance au niveau du réducteur. Ce sens dépend du signe du produit scalaire $\dot{q}.\Gamma_a$ qui est le même de chaque côté du réducteur car nous avons les relations de proportionnalité : $\Gamma_e = \frac{\eta_{1,2}}{r}\Gamma_s$ avec $\eta_{1,2} \geq 0$ et $\dot{q}_e = r\dot{q}_s$.

Nous posons les définitions suivantes:

- lorsque $\dot{q}.\Gamma_{e,s} \geq 0$, nous disons que le régime est *moteur*.

- lorsque $\dot{q}.\Gamma_{e,s} \leq 0$ nous disons que le régime est *récepteur*.

Dans le schéma représenté ci-dessus nous avons $\Gamma_s = \Gamma_a$. C'est donc le signe du produit $\dot{q}.\Gamma_a$ qui déterminera le régime.

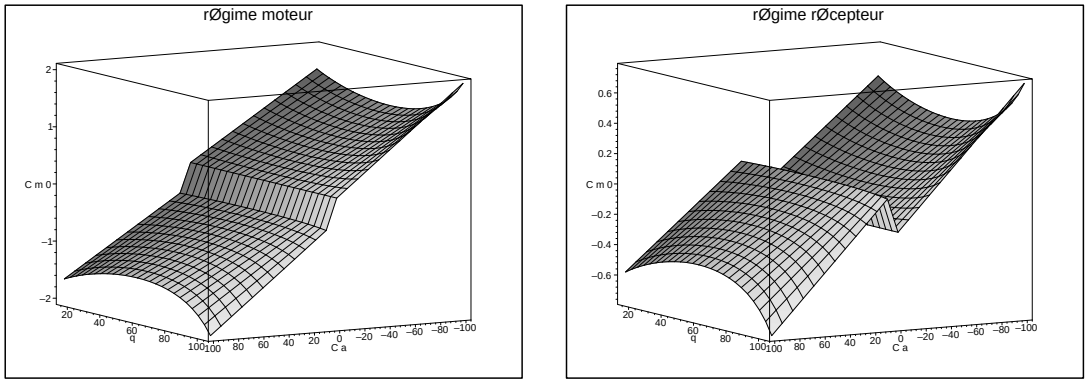

FIG. 3.3 – *Influence de la position articulaire et du couple articulaire sur le couple développé par le moteur de la hanche : à gauche en mode moteur, à droite en mode récepteur*

Remarquons que si nous avions choisi de représenter les frottements secs à la sortie du réducteur et non à l'entrée, nous aurions $C_m = \Gamma_e$ et ce serait alors le signe de $\dot{q}.C_m$ qui déterminerait le régime. Cela représente une faiblesse de cette modélisation globale de la chaîne de réduction, mais le choix de positionnement des frottements secs dans le modèle est nécessaire pour obtenir un critère simple de détermination du régime. Or nous préférons exprimer ce critère en fonction du couple articulaire désiré Γ_a qui est fourni par l'automaticien.

Posons f_1 et f_2 la norme des couples de frottements suivant le régime. Les frottements s'opposent toujours au mouvement et on a le produit scalaire suivant.

$$f_{1,2}.\dot{q} \leq 0$$

En faisant le produit scalaire de notre modèle par $\dot{q}$, nous obtenons les lois correspondant aux deux régimes :

-Lorsque $\Gamma_a.\dot{q} \geq 0$, le système est *moteur* :

$$C_m = \eta_1 \frac{\Gamma_a}{r} + f_1.signe(\dot{q})$$

. Ici, les frottements s'opposent au couple moteur. Pour un obtenir un couple articulaire Γ_a spécifié par l'automaticien, le couple de l'actionneur C_m doit d'abord compenser les frottements f_1.

-Lorsque $\Gamma_a.\dot{q} \leq 0$, le couple articulaire désiré s'oppose au mouvement. Le système est *récepteur* :

$$C_m = \eta_2 \frac{\Gamma_a}{r} - f_2.signe(\dot{q})$$

. Dans ce dernier cas il y a deux possibilités: Si le couple articulaire $\eta_2 \frac{\Gamma_a}{r}$ spécifié est supérieur aux frottements secs f_2, le couple moteur est dans le même sens que $\eta_2 \frac{\Gamma_a}{r}$ et les frottements secs aident le moteur à freiner le mouvement. Sinon, cela veut dire que les frottements freinent le mouvement plus que désiré. Le moteur doit donc exercer un couple dans le sens du mouvement, pour compenser suffisamment le freinage exercé par les frottements et obtenir le freinage moindre désiré.

Nous avons tracé, sur la figure 3.3, l'influence de la position articulaire et du couple articulaire sur le couple développé par le moteur de la hanche, suivant le régime de fonctionnement de l'actionneur.

Cas des chevilles

Le modèle de frottements de M.Rostami s'applique aux actionneurs simples que sont la hanche et le genou pour lesquels la commande en boucle ouverte de vitesse qu'il a utilisée a donné de bons résultats. Cette commande donne de mauvais résultats pour la cheville, et c'est pourquoi il ne propose pas de modèle de frottements.

Sous réserve de validation par l'expérience nous proposons d'extrapoler son modèle aux actionneurs doubles des chevilles:

$$C_m = F_{1,2} + H_{1,2} G \Gamma_a$$

où G, et $H_{1,2}$ sont des matrices 2*2 ; $C_m, F_{1,2}$ et Γ_a des vecteurs à 2 dimensions.

$G\Gamma_a$ est un vecteur exprimé dans la base (θ_3, θ_3') des angles moteurs. Dans l'hypothèse où les pertes dues aux frottements au niveau du croisillon qui fait la liaison entre le bas du tibia et la cheville, sont négligeables par rapport aux pertes de transmission au niveau des vis à rouleau satellite, on peut considérer qu'il y a deux chaînes de frottement découplées, une correspondant à chaque ensemble vis-moteur. Nous supposerons donc la matrice $H_{1,2}$ diagonale.

3.1.3 Extensions

Le processus expérimental de mesure de $f_{1,2}$ et $a_{1,2}$ développé par M.Rostami reste valable. On déduit ensuite les rendements $\eta_{1,2}$.

Ces coefficients sont mesurés avec un bruit très important comme on le voit sur les courbes de M.Rostami en annexe B. Ce bruit est de l'ordre de 0.1 N.m pour le genou. En raison de ce bruit, il est inutile de perdre du temps à calculer le terme $J\frac{dr}{dq}\dot{q}^2$ du modèle dynamique des actionneurs, comme nous l'avions mentionné en 3.1.1.

Les frottements sont actuellement très important sur les deux jambes du robot BIP2000. Une période de rodage de plusieurs jours est nécessaire pour diminuer au maximum ces frottements. Même après le rodage, ils seront susceptibles de se modifier encore avec l'usure. De plus les frottements dépendent de la lubrification. Comme il faudra remesurer plusieurs fois ces coefficients, il serait intéressant d'automatiser leur mesure.

L'erreur entre la trajectoire désirée et la trajectoire estimée par les capteurs est constamment évaluée par l'automaticien. La loi de commande cherche à rectifier la trajectoire afin de se recaler sur la trajectoire désirée et ainsi minimiser cette erreur. La loi de commande compense ainsi, à un niveau supérieur au driver, l'erreur d'estimation des frottements faite par le driver. Nous proposons d'étudier la possibilité que le driver recalcule automatiquement les coefficients $f_{1,2}$ et $a_{1,2}$ si la correction de trajectoire effectuée par la loi de commande est systématiquement supérieure à un seuil à déterminer.

3.1.4 Bilan dynamique global

Modèle dynamique connu par l'automaticien qui permet de relier Γ_a et $\ddot{q}$:

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = C(q)^T \lambda + \Gamma_a$$

Modèles des actionneurs proposés :

$$C_m = f_{1,2} + \eta_{1,2} * \frac{\Gamma_a}{r}$$

$$k_m I_m = J_m r(\theta)\ddot{q} + C_m$$

3.1.5 Proposition d'architecture sous ORCCAD

Les modèles de frottements et inertiels que nous avons étudié sont susceptibles d'être modifiés s'ils s'avèrent mauvais lors des tests sur le robot. Ils doivent donc rester accessibles à l'utilisateur si besoin est. Décomposons donc le traitement des données en deux modules distincts qui constituerons le driver:

1- Le module de ressources physiques. Ce module gère les entrées/sorties avec le robot, notamment la commande en courant des moteurs et la lecture des capteurs. Nous proposons de lui construire le module de la façon suivante :

-Entrées : Couples moteurs électromagnétiques kI. Ces couples sont calculés par le module du modèle dynamique.

-Sorties : Positions articulaires, vitesses articulaire et erreurs de fonctionnement. La conversion des données des capteurs en données articulaires est réalisé dans ce module. La lecture des positions pourra se faire à une fréquence supérieure à la fréquence de fonctionnement d'ORCCAD afin d'avoir une meilleure estimation des vitesse (voir 5.2.3).

2-Le module du modèle dynamique Ce module reste accessible à l'utilisateur contrairement au module de ressources physiques, afin de modifier le modèle dynamique si besoin est. Ce module peut être composé de la façon suivante :

-Entrées : Couples articulaires et accélération articulaires spécifiés par l'utilisateur ; les positions et vitesses articulaires fournies par le module de ressources physiques

-Sortie : L'estimation des couples électromagnétiques des moteurs compensant les frottements et les inerties des moteurs.

3.2 Modélisation géométrique

Nous avons vu que la détermination de la position exacte du robot est très importante. Cela passe par une modélisation géométrique de la chaîne de transmission. C'est ce que nous développons dans cette section, en discutant des différentes possibilités d'implantation du modèle dans les drivers. L'étude détaillée de cette l'implantation sera réalisée au chapitre 4.

Nous prenons comme convention pour nos graphes de tracer les angles articulaires q en degrés, car nous avons une meilleure représentation du mouvement articulaire correspondant, et les angles moteurs θ en radians.

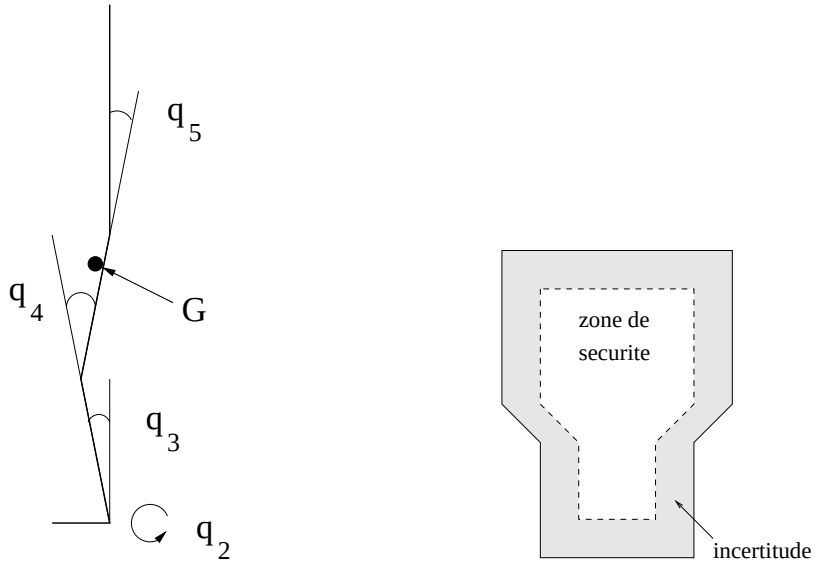

FIG. 3.4 – *A gauche : position du centre de masse. A droite : dessin sur un pied de la zone de sécurité de la projection du centre de masse lors de l'appui unipodal.*

3.2.1 Estimation de l'erreur globale sur la position du robot

Notons qu'une erreur de 1 degré sur un angle articulaire correspond à une erreur de position de 17mm 1m plus loin.

Pour comprendre la nécessité d'une bonne connaissance de la position du robot, prenons deux exemplesimportants :

1- le centre de masse G doit se trouver au dessus de l'enveloppe convexe des points d'appui du robot pour qu'il préserve son équilibre. En appui unipodal, cette enveloppe est réduite à la surface du pied qui est de 14,5cm au talon et 18cm à l'avant du pied, pour une longueur de 28,5cm. Une erreur sur l'estimation de la position du centre de masse réduit la surface d'appui de sécurité, qui est la zone dans laquelle nous pouvons être sûrs que le robot ne risque pas de tomber (figure 3.4). L'influence des erreurs angulaires est maximale lorsque le robot est debout, jambes tendues. Dans la version finale, le centre de masse se trouvera à 88cm au-dessus du sol. Pour l'instant, avec uniquement les deux jambes, il se trouve un peu moins haut. Nous pouvons linéariser le calcul de l'erreur sur la position x_G du centre de masse :

$$\Delta x_G = (\sqrt{\Delta q_2^2 + \Delta q_3^2}) * h_1 + \Delta q_4 * h_2 + \Delta q_5 * h_3 + \Delta x_{elast} * h_1$$

Δq_2, Δq_3, Δq_4, Δq_5 sont respectivement les angles sagittal puis frontal de la cheville, l'angle du genou, et de la hanche. Nous étudierons en détail ces erreurs dans le chapitre 4.

h_1, h_2, h_3 sont les distances des axes articulaire au centre de masse, respectivement pour la cheville, le genou et la hanche

Δx_{elast} est l'erreur due à l'élasticité de la structure mécanique. Rappelons qu'elle est de 5mm pour 1m de structure mécanique.

2- Au cours de la marche, une bonne connaissance de la position du pied en l'air permet de déterminer quand celui-ci touchera le sol et d'éviter que le robot ne trébuche. En remontant du pied

d'appui jusqu'à la hanche puis en redescendant vers le pied en l'air, l'erreur sur la position du pied est (sans l'élasticité):

$$\Delta q_1 = \sqrt{\Delta q_2^2 + \Delta q_3^2}$$

$$\Delta x_p = \Delta q_1 * l_t + (\Delta q_1 + \Delta q_4) * l_c + (\Delta q_1 + \Delta q_4 + 2\Delta q_5) * l_c + (\Delta q_1 + 2\Delta q_4 + 2\Delta q_5) * l_t + (2\Delta q_1 + 2\Delta q_4 + 2\Delta q_5) * l_p$$

Soit en rajoutant l'élasticité :

$$\Delta x_p = 2(l_t + l_c + l_p)(\Delta q_1 + \Delta q_4 + \Delta q_5 + \Delta x_{elast})$$

l_t, l_c l_p sont respectivement les longueurs du tibia, de la cuisse et du pieds.

Nous remarquons ici que les erreurs angulaires de chaque articulation ont toutes la même influence.

Donnons un ordre de grandeur : $\Delta q = 1/4$ deg sur chaque articulation donne une erreur de 4cm sur la position du bout du pied et 1,2cm sur le centre de masse. Cela réduit la largeur de sécurité à l'arrière du pied de 14,5cm à 12cm.

Le 1/4 de degré est la précision que nous espérons atteindre.

3.2.2 Modèles inverses

Nous disposons des modèles inverses des articulations, fournis par le document d'Edwige Thomas [7]. Les notations sont reprises, à l'exception de θ qui correspond ici à l'angle moteur. Le schéma de paramétrisation des articulations ainsi que les valeurs numériques et les significations des variables sont fournies en annexe A. Nous donnons ci-dessous les formules inverses $\theta = f(q)$. Notons juste que les x_i correspondent à la position des écrous sur les vis dans le système vis/écrou des articulations.

Hanche:

$$Q_5 = (q_5 + \phi_5 - \gamma_4)$$

$$x_5 = -R_5 cos(Q_5) + \sqrt{l_5^2 - (R_5 sin(Q_5) - e_5)^2}$$

$$\theta_5 = (x_5 - x_5^0)/((2\pi Pas_5 Red_5))$$

Genou:

$$Q_4 = q_4 + \gamma_4 - \phi_3$$

$$x_4 = R_4 cos(Q_4) + \sqrt{l_4^2 - (e_4 - R_4 sin(Q_4))^2}$$

$$\theta_4 = (x_4 - x_4^0)/(Pas_4 Red_4)(2 * Pi)$$

Cheville:

$$\theta_3 = 2\pi(x_3 - x_3^0)/Pas_3$$

$$\theta_3' = 2\pi(x_3' - x_3^{'0})/Pas_3$$

$$x_3 = dp * cos(Q_3) sin(Q_2) + cp * sin(Q_3)$$

$$+\sqrt{l_3^2 - (e_3 + dp * sin(Q_2) sin(Q_3) - cp * cos(Q_3))^2 - (h_3 - dp * cos(Q_2))^2}$$

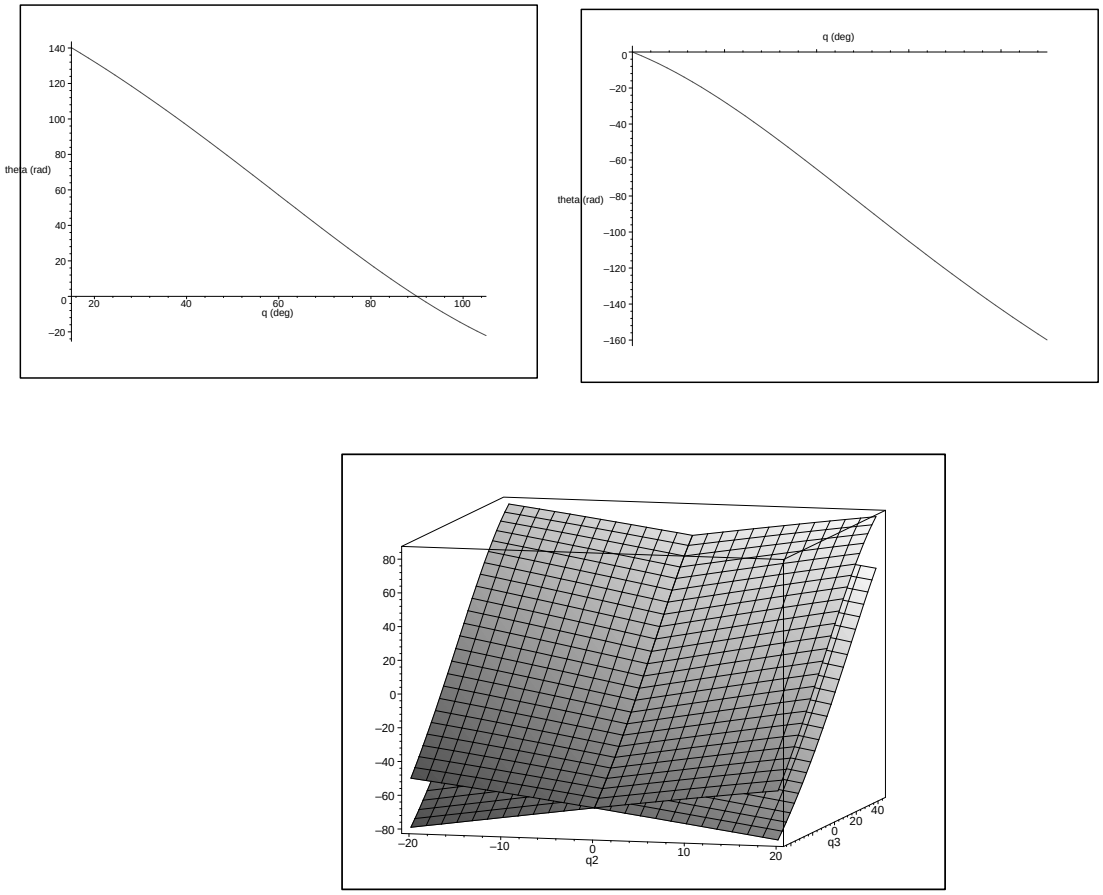

FIG. 3.5 – *Modèle inverse $\theta = f(q)$: à gauche la hanche, à droite le genou, en bas: les deux moteurs de la cheville.*

$$x_3' = -dp * cos(Q_3) * sin(Q_2) + cp * sin(Q_3)$$
$$+\sqrt{l_3^2 - (e_3 - dp * sin(Q_2) * sin(Q_3) - cp * cos(Q_3))^2 - (dp * cos(Q_2) - h_3)^2}$$
$$etQ_2 = (q_2 etQ_3 = (q_3 + \gamma_3)$$

La figure 3.5 donne les courbes des angles moteurs en fonction de l'angle articulaire.

Pour la cheville, nous remarquons que travailler avec les variables $(s, d) = (\theta_3 + \theta_3', \theta_3 - \theta_3')$ nous amène *presque* à un découplage du système:

$$s = 2cp * sin(Q3) + \sqrt{l3^2 - (e3 + dp * sin(Q2) * sin(Q3) - cp * cos(Q3))^2 - (h3 - dp * cos(Q2))^2}$$
$$+\sqrt{l3^2 - (e3 - dp * sin(Q2) * sin(Q3) - cp * cos(Q3))^2 - (dp * cos(Q2) - h3)^2}$$
$$d = 2*dp*cos(Q3)*sin(Q2)+\sqrt{l3^2 - (e3 + dp * sin(Q2) * sin(Q3) - cp * cos(Q3))^2 - (h3 - dp * cos(Q2))^2}$$
$$-\sqrt{l3^2 - (e3 - dp * sin(Q2) * sin(Q3) - cp * cos(Q3))^2 - (dp * cos(Q2) - h3)^2}$$

Comme nous le voyons sur les courbes de la figure 3.6, la somme s est quasi-indépendante de l'angle frontal q_2 de la cheville. De même la différence d dépend peu de l'angle sagittal q_3. Comprenons

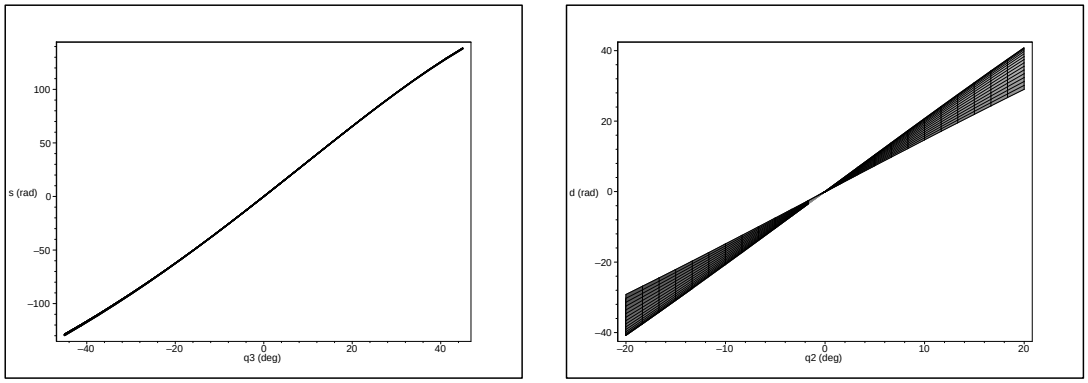

FIG. 3.6 – *L'épaisseur de chaque courbe correspond : à gauche à la dépendance en q_2 de la somme s, à droite à la dépendance en q_3 de la différence d.*

que lorsque nous faisons bouger dans le même sens et d'une même quantité les deux moteurs parallèles θ_3 et $\theta_3^{'}$, nous agissons sur l'angle sagittal q_3, et que dans le sens opposé nous agissons principalement sur l'angle frontal q_2.

Nous verrons plus loin que cette paramétrisation en somme et différence des angles moteurs de la cheville est particulièrement intéressante.

3.2.3 Modèles directs

Les modèles inverses sont inutiles pour la commande. Les capteurs de position dont nous disposons sous sur les axes moteurs. Or le driver doit en déduire la position articulaire correspondante. Nous avons donc besoin du modèle direct $q = g(\theta)$ des systèmes de transmission.

La hanche et le genou

Le modèle direct s'obtient simplement à partir du modèle inverse. Le calcul revient à résoudre un polynôme du second degré. Nous avons tracé sur la figure 3.2.3 les deux solutions possibles du modèle direct. Les conditions initiales nous permettent de choisir entre les deux solutions. Pour la hanche, la bonne solution est celle qui donne $q_5(\theta_5 = 0) = 90$. Pour le genou, c'est celle qui donne $q_4(\theta_4 = 0) = 0$.

L'équation exacte pour la hanche est:

$$q_5 = arccos\left(\frac{-x_5K + e_5\sqrt{x_5^2 + e_5^2 - K^2}}{x_5^2 + e_5^2}\right) - \phi_5 - \gamma_4$$

$$K = \frac{x_5^2 + R_5^2 + e_5^2 - l_5^2}{2R_5}$$

Cette fonction du modèle direct est relativement complexe et exige un grand nombre de calculs. Or le calcul des positions articulaires se fait à chaque cycle d'horloge par le driver. Il faut minimiser le temps nécessaire pour réaliser ces calculs.

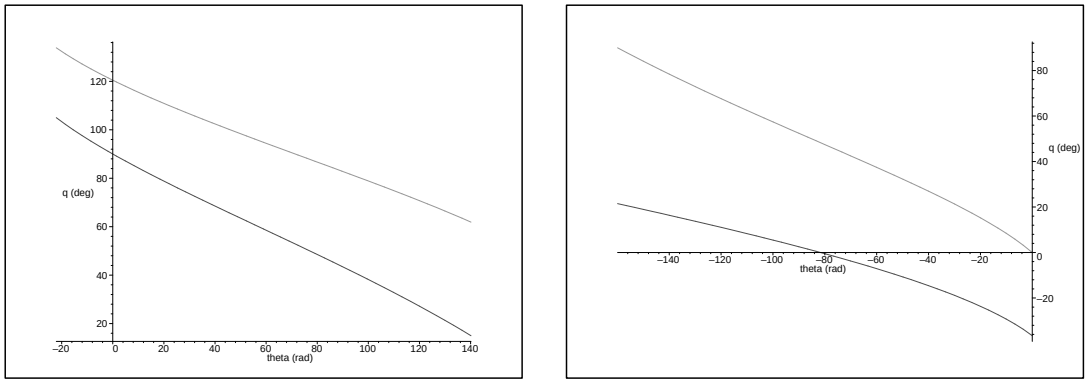

FIG. 3.7 – *Tracé des deux solutions possibles pour le modèle directs $q = f(\theta)$: à gauche la hanche, la bonne solution est celle du bas. A droite le genou, la bonne solution est celle du haut.*

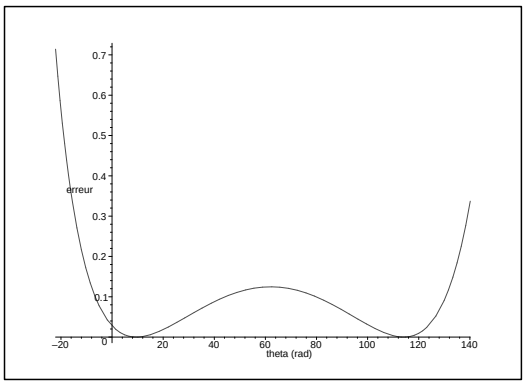

FIG. 3.8 – *Erreur (en deg) due à l'approximation de la fonction directe*

Nous remarquons qu'une grande partie des termes du modèle inverse sont petits. Déterminons donc l'erreur correspondant à l'approximation de l'angle de la hanche q_5 par l'inverse de la fonction simplifiée $\theta_5 = -R_5 cos(Q_5) + l_5$. Cette erreur est tracée sur la figure 3.8.

Nous constatons sur le graphique que même en limitant l'extension de l'articulation, nous aurions une erreur minimale de 0.15 deg sur q. En rajoutant l'erreur due à l'initialisation, cette erreur a peu de chance de rester dans la limite de 1/4 de degré que nous nous sommes fixée. De plus, nous devons sacrifier une partie de l'extension de l'articulation.

3.2.4 La cheville

D'après l'article de P.Sardain et T.Saidouni [8], il n'existe pas de modèle direct pour la cheville.

Le tracé des fonctions directes de la cheville que nous donnons ici sur la figure 3.9 sera obtenu ultérieurement à partir des calculs présentés dans le chapitre 4.

De même que pour la hanche, proposons une simplification du modèle inverse qui permet de découpler les variables. On élimine les termes sous les racines dans la somme s et la différence d car ils s'avèrent être petits. On obtient :

$$s' = 2cp * sin(Q3)$$

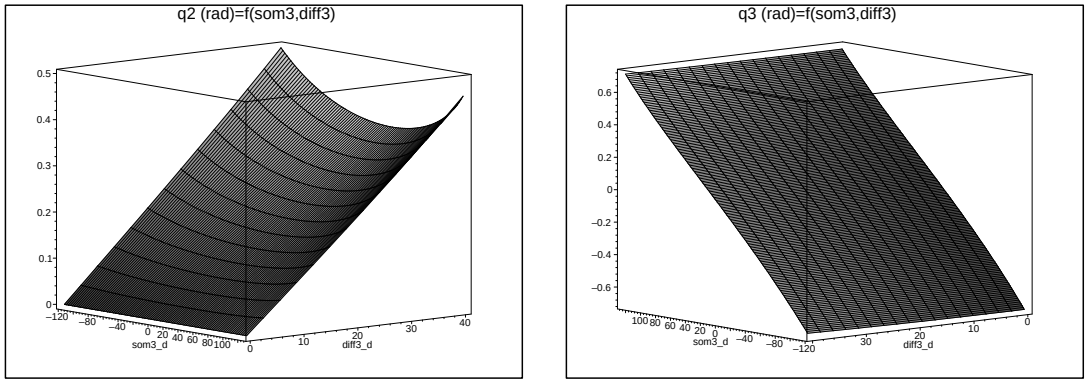

FIG. 3.9 – *Fonctions directes pour la cheville : à gauche sagittale, à droite frontale.*

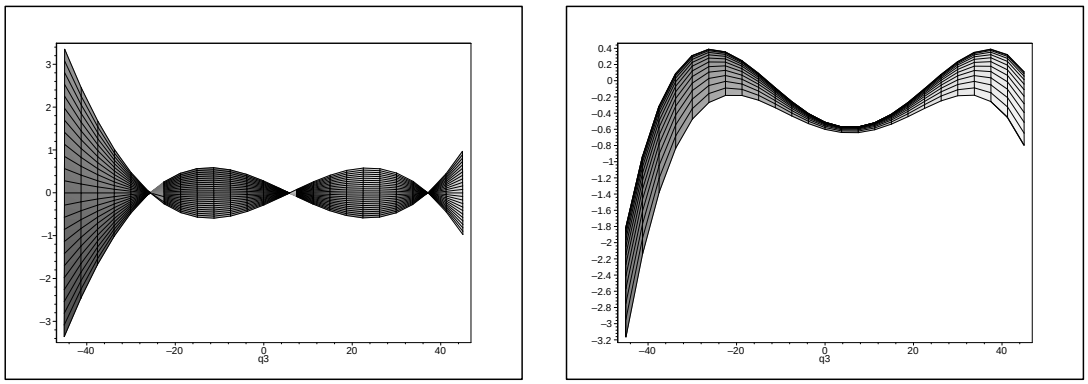

FIG. 3.10 – *Erreur due à l'approximation du modèle direct de la cheville : à gauche sur la différence d, à droite sur la somme s.*

$$d' = 2dp * cos(Q3)sin(Q2)$$

La figure 3.10 trace l'influence de cette simplification sur la somme s et la différence d.

Nous constatons sur les graphes 3.10 que l'erreur est importante pour les extensions maximales, notamment pour q_3 proche de -40 deg. En limitant l'extension de la cheville a $-30 \leq q3 \leq 40$ degrés, notre simplification nous amène a une précision de 3/5 de radian au niveau des moteurs sur la différence d. Cela correspond à une erreur d'environ 0.3 deg sur l'angle articulaire. Cette erreur à elle seule dépasse notre objectif de 1/4 de degré. Elle n'est pas acceptable.

3.2.5 Choix de calculer des tableaux de valeurs pour toutes les articulations

Pour toutes les articulations, les fonctions directes, lorsqu'elles sont calculables, sont complexes et exigent beaucoup de temps calculs.

Les formules approchées sont trop imprécises. De plus elles incluent des sinus et cosinus. Or, le processeur va chercher les valeurs des sinus et cosinus dans une table. Nous gagnerons donc en temps de calcul en construisant nous-mêmes un tableau de valeurs pour chaque fonction directe.

L'avantage est notamment de pouvoir régler la précision désirée en changeant le pas de l'échantillonage. L'inconvénient est la place mémoire prise par ces tableaux surtout si le pas d'échantillonage

est petit, mais 16MO de RAM sont largement suffisants pour garder en mémoire des tableaux de tailles conséquentes.

Pour l'estimation de la valeur de l'angle articulaire pour un angle moteur donné, nous choisissons d'effectuer une simple interpolation linéaire à partir des valeurs du tableau, afin de ne pas alourdir les calculs.

Chapitre 4

Implantation du modèle géométrique dans le driver

Nous venons de justifier notre choix de calculer des tableaux de valeurs pour le modèle direct de chaque articulation. Dans ce chapitre, nous allons calculer l'erreur correspondante et générer ces tableaux. Mais avant tout, nous allons étudier la paramétrisation du modèle géométrique couplé de la cheville.

4.1 Paramétrisation des tableaux de valeurs de la cheville

Le couplage qui existe entre les deux moteurs de la cheville implique que lorsqu'un écrou est positionné à une extrémité de sa vis, l'écrou de l'autre vis n'est libre de se déplacé que sur extension très limitée. Ainsi tous les couples de positions moteurs (θ, θ') ne correspondent pas tous à des configurations articulaire de notre espace de travail $(q_2, q_3) = [-20, 20][-45, 45]$. Si nous utilisons ces paramètres moteurs pour les tableaux des fonctions directes, de nombreuses valeurs de ces tableaux ne seront jamais utilisées. C'est une perte de place mémoire inutile.

Nous devons chercher une autre paramétrisation des coordonnées moteurs afin de mieux cerner notre espace de travail.

Essayons le paramétrage avec la somme s et la différence d. La figure 4.1 trace la forme de l'espace réciproque. Le premier graphe montre que pour une valeur de la somme s, toute valeur de q_2 dans [-20,20] est un antécédent possible. Le deuxième montre que pour $d = 40$, $q_3 = 10$ est un antécédent possible, mais pas $q_3 = -30$. Cependant, nous voyons que l'image de $(s, d) - > (q2, q3)$ est presque rectangulaire $= [-20.20][-45, 45]$ à l'exception des coins. Cela confirme la pertinence du choix de la paramétrisation par (s,d), grâce à laquelle nous ne calculerons pas trop de racines inutiles.

Remarque : La paramétrisation dans la base (s, d) est une commodité de calcul. Lors de l'implantation du driver, il ne faudra pas oublier d'utiliser la matrice de passage de la base (θ, θ') des angles moteurs à la base (s, d) et réciproquement.

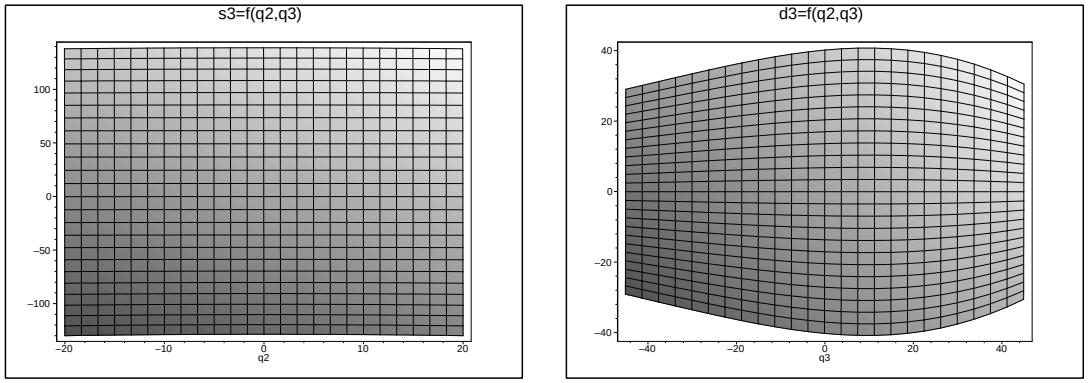

FIG. 4.1 – *Forme de l'espace réciproque de : à gauche q_2, à droite q_3.*

4.2 Décomposition de l'erreur au niveau de chaque articulation

4.2.1 Actionneurs simples

La formule de l'erreur faite à chaque articulation simple est :

$$\varepsilon = |f(\theta) - \hat{g}(\hat{\theta})|$$
$$\varepsilon \leq |f(\theta) - f(\hat{\theta})| + |f(\hat{\theta}) - g(\hat{\theta})| + |g(\hat{\theta}) - \hat{g}(\hat{\theta})|$$

f est la fonction exacte.

g est la fonction interpolée.

$\hat{g}$ est la fonction d'interpolation soumise aux approximations des valeurs numériques.

θ est l'angle moteur réel.

$\hat{\theta}$ est l'estimation de l'angle moteur.

Les 3 termes de la deuxième équation correspondent, dans l'ordre, à l'erreur due à la lecture de l'angle moteur θ, puis à l'erreur due l'interpolation Δf, et enfin à l'erreur due à la précision numérique des valeurs du tableau δq_{num}.

Notons que les longueurs de la structure métallique sont contractuelles. Les pièces sont usinées au micro-mètre près. Nous les supposerons exactes. C'est pourquoi nous n'avons pas pris en compte un terme d'erreur sur les longueur de la structure métallique.

Précision numérique $\delta q_{num} = |g(\hat{\theta}) - \hat{g}(\hat{\theta})|$

La précision numérique est réglable. Nous pouvons notamment limiter cette précision afin que les valeurs numériques rentrent chacune dans un integer sur 4 octets pour gagner de la place mémoire par rapport à des doubles.

Cependant, étant donné les capacité de mémoire et de calcul du processeur 68040, ce gain de place n'est pas nécessaire. Nous travaillerons avec la précision des doubles, c'est à dire $\delta q_{num} = 10^{-11}$. Cette erreur est négligeable, inférieure à l'erreur due à l'usinage des partie métalliques du robot.

Lecture de l'angle moteur $\delta\theta$

L'erreur sur la lecture de l'angle moteur a elle-même 2 composantes :

Soit $\hat{\theta}$ l'angle estimé à la lecture.

$$\delta\theta = |\hat{\theta} - \theta| = \delta\theta_{top} + \delta\theta_{init}$$

$\delta\theta_{top}$ est l'erreur à la lecture des top codeurs de position relative. Sur chaque arbre moteur, la lecture de θ se fait avec des résolveurs qui simulent des capteurs optiques. Au moment de la lecture, le capteur peut se trouver entre 2 tops codeurs. L'erreur est donc de 1 top codeurs. De plus, en cours de fonctionnement, le moteur subira des vibrations qui risquent de perturber la lecture de θ. Il faudra éventuellement filtrer cette lecture afin d'en éliminer le bruit. Sur l'avis des moyens robotiques et sous réserve de tests, nous considérerons que ce bruit est négligeable. Avec 4096 top pour 1 tour d'arbre moteur, $\delta\theta_{top} = 0.00153$ rad, ce qui est très faible.

$\delta\theta_{init}$ est l'erreur sur l'angle moteur due à la lecture des potentiomètres de positions articulaires absolue lors de l'initialisation. Nous avons proposé en 2.1.4 pour la phase d'initialisation d'utiliser un tableau de valeurs convertissant directement la tension lue sur les potentiomètres en angle moteur absolu. Avec cette méthode, le pas d'échantillonage du tableau de valeurs, et donc la précision désirée, est fixée en nombre de top codeurs, et non en angle articulaire. Ceci est un avantage, car ni la chaîne de réduction, ni le potentiomètre ne sont linéaires. Ainsi toutes les positions articulaires à l'initialisation créent la même erreur de départ sur l'angle moteur absolu. Notons que cette erreur est certainement la plus importante de toute notre chaîne de calcul d'erreur. Comme nous l'avons vu dans la section 2.1.4, nous ne pouvons guère espérer mieux que le 1/4 de degré.

Revenons au calcul de l'erreur sur la fonction directe due à l'erreur de lecture de θ :

$$|f(\theta) - f(\hat{\theta})| \leq K'\delta\theta$$

$$K' = \max_{\theta \in [\theta_{min}, \theta_{max}]} \frac{\partial f}{\partial \theta}$$

Nous voyons surgir ici la nécessité de calculer le maximum des dérivées première du modèle direct.

Erreur due à l'interpolation

Pour l'interpolation, soit a et b les points de l'ensemble de discrétisation les plus proches du point θ mesuré. $b - a = pas$ et $a \leq \theta \leq b$. Sans nuire à la généralité, supposons que $|\theta - a| \leq pas/2$. Nous avons proposé de réaliser l'approximation par une interpolation linéaire :

$$g(\theta) = f(a) + \frac{\theta - a}{b - a}(f(b) - f(a))$$

Soit $c \in [a, b]$ tel que $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$. On a $|\theta - c| \leq pas$.

$$g(\theta) = f(a) + (\theta - a)f'(c))$$

Nous pouvons alors écrire dans le calcul de l'erreur dû à l'interpolation :

$$|f(\theta) - g(\theta)| = |f(\theta) - f(a) - (\theta - a)f'(c)| = |\int_a^\theta f'(u) - f'(c)\, du|$$

Prenons une borne sur la dérivée seconde $|f''(\theta)| \leq K''$. Avec $|f'(u) - f'(c)| \leq K''(u - c) \leq K''(b - a)$ pour tout $u \in [a, b]$ on obtient :

$$|f(\theta) - g(\theta)| \leq \int_a^\theta |K''(b - a)|\, du$$

Or $|\theta - a| \leq pas/2$, d'où nous obtenons la majoration suivante de l'erreur Δf :

$$\Delta f = \frac{K''}{2} pas^2$$

Bilan

Séparons dans notre étude l'erreur due à l'initialisation $\delta\theta_{init}$ que nous ne pouvons pas contrôler et l'erreur contrôlable ε_c:

$$\varepsilon_c \leq \frac{K''}{2} pas^2 + \delta q_{num} + \delta\theta_{top} K'$$

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_c + \delta\theta_{init}$$

C'est l'erreur ε_c que nous utiliserons pour le calcul du pas déchantillonnage.

4.2.2 Actionneurs doubles

Nous aurons pour la cheville deux tableaux de valeurs à 2 dimensions $q_2 = f_2(s, d)$ et $q_3 = f_3(s, d)$ dont les entrées sont la somme et la différence des angles moteurs parallèles. Nous allons réaliser une double interpolation linéaire selon les deux axes d et s. Cela revient exactement à faire 2 interpolations simples selon un axe puis une autre interpolation à partir de ces résultats, selon l'autre axe. L'ordre des axes n'a pas d'importance. Nous pouvons donc utiliser 3 fois la même formule d'erreur que pour les articulations simples pour l'étendre à la dimension 2.

Nous nous intéressons à $s = x_3 + x'_3$ et $d = x_3 - x'_3$. Les erreurs de lecture sont $2\delta\theta_{top}$, d'où :

$$\varepsilon_s = \frac{K''_s}{2} pas_s^2 + \delta q_{num} + 2\delta\theta_{top} K'_s$$

$$\varepsilon_d = \frac{K''_d}{2} pas_d^2 + \varepsilon_s + 2\delta\theta_{top} K'_d$$

La précision des valeurs de départ utilisées pour la deuxième interpolation devient ε_s. Finalement on trouve :

$$\varepsilon_c = \frac{K''_s}{2} pas_s^2 + \frac{K''_d}{2} pas_d^2 + 2\delta\theta_{top}(K'_s + K'_d) + q_{num}$$

Dans les sections suivantes, nous détaillons le calcul de chacun des termes de ε_c.

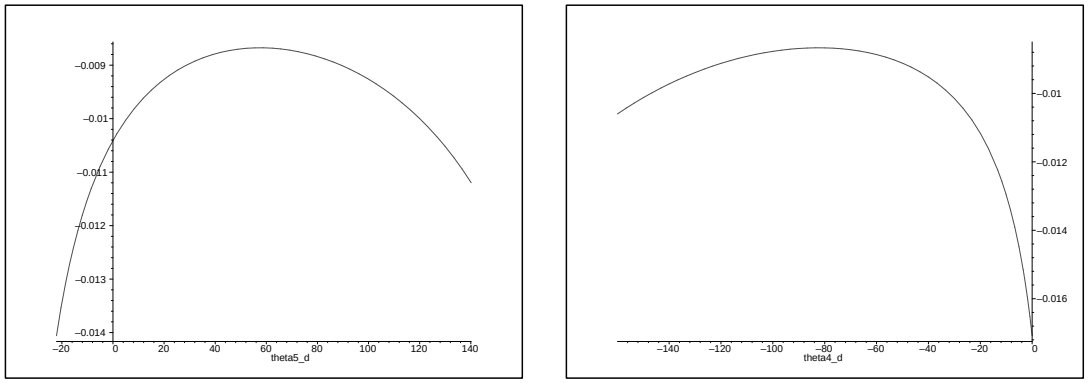

FIG. 4.2 – *Dérivées premières des modèles directs. A gauche la hanche, à droite le genou*

4.3 Dérivées premières

Le calcul des dérivées premières pour le genou et la hanche s'obtient directement. La figure 4.2 en donne le tracé.

Pour la cheville, il faut calculer le jacobien de la fonction directe.

$$Jac(q2, q3) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f2(q2,q3)}{\partial s} & \frac{\partial f2(q2,q3)}{\partial d} \\ \frac{\partial f3(q2,q3)}{\partial s} & \frac{\partial f3(q2,q3)}{\partial d} \end{bmatrix}$$

Les graphes de la figure 4.3 sont utiles pour déterminer le point de maximum des dérivées premières. Ils sont obtenus et tracés en fonction des angles articulaires (q2,q3) et non de (s,d). C'est un avantage, car les valeurs maximales dans les 'coins' peuvent effectivement être atteintes. Nous sommes sûrs qu'elles sont dans notre espace de travail. Cela n'aurait pas été le cas si la jacobienne avait été tracée en fonction de (s,d) car l'espace de travail n'est pas rectangulaire.

4.4 Dérivées secondes

Les calculs pour la hanche et le genou ne posent pas de problèmes. Les graphes sont tracés sur la figure 4.4.

Pour les chevilles, il nous faut calculer $K''_s = Max(\frac{\partial^2 q}{\partial s^2})$ et $K''_d = Max(\frac{\partial^2 q}{\partial d^2})$, qui sont les dérivées secondes dans les directions des interpolations, pour chaque angle, sagittal et frontal. Ces directions correspondent aux axes de s et d. Pour ce calcul, nous disposons du jacobien, Jac, du modèle direct. Celui-ci est exprimé en fonction de (q2,q3) et non (s,d). Nous devons donc dériver les formules composées des coefficients diagonaux. On trouve:

$$\frac{\partial^2 q_2}{\partial s^2} = \frac{\partial Jac_{1,1}}{\partial s} = \frac{\partial Jac_{1,1}}{\partial q_2} Jac_{1,1} + \frac{\partial Jac_{1,1}}{\partial q_3} Jac_{2,1}$$

$$\frac{\partial^2 q_2}{\partial d^2} = \frac{\partial Jac_{1,2}}{\partial d} = \frac{\partial Jac_{1,2}}{\partial q_2} Jac_{1,2} + \frac{\partial Jac_{1,2}}{\partial q_3} Jac_{2,2}$$

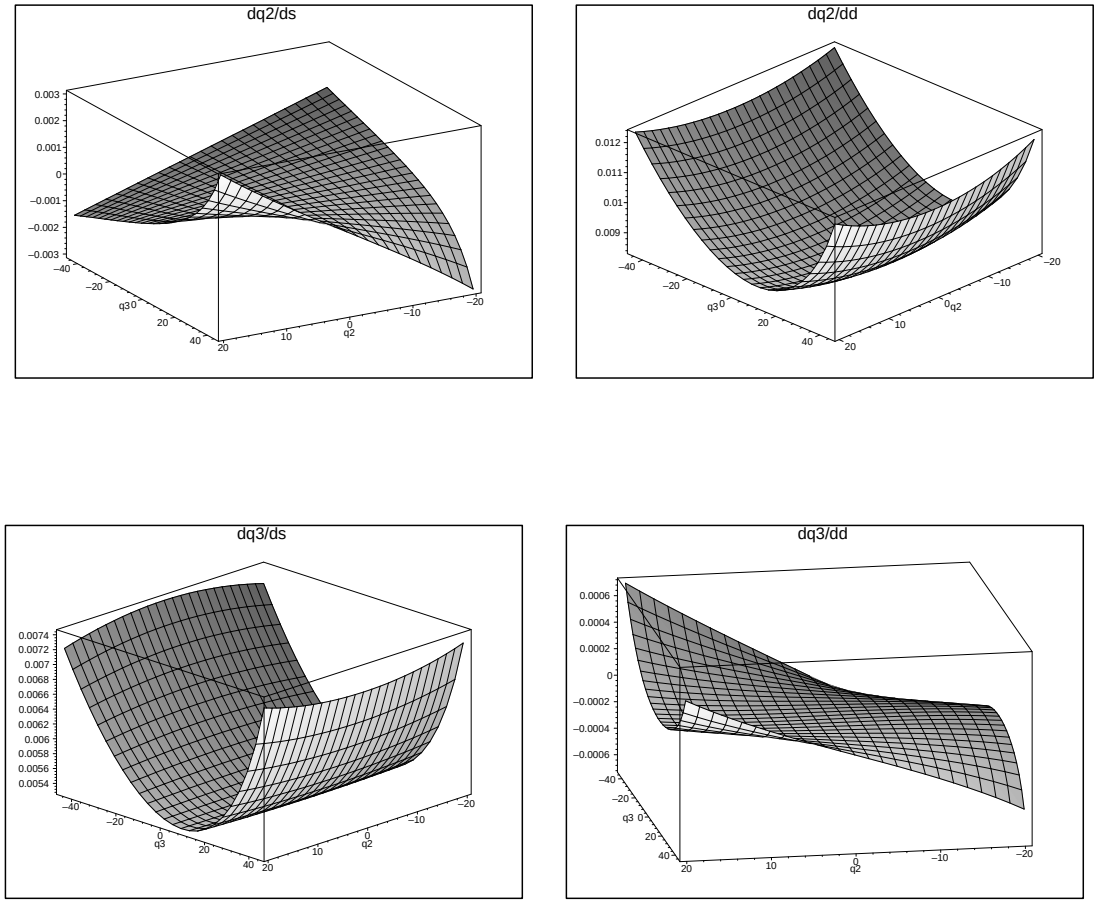

FIG. 4.3 – *Jacobienne du modèle direct de la cheville. En haut à gauche :* $\frac{\partial f2(q2,q3)}{\partial s}$. *En haut à droite :* $\frac{\partial f2(q2,q3)}{\partial d}$. *En bas à gauche :* $\frac{\partial f3(q2,q3)}{\partial s}$. *En bas à droite :* $\frac{\partial f3(q2,q3)}{\partial d}$

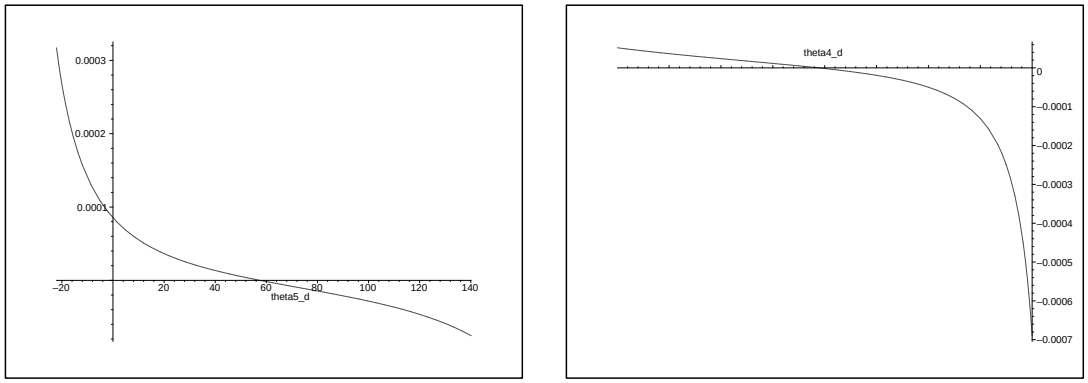

FIG. 4.4 – *Dérivées secondes des modèles directs. A gauche la hanche, à droite le genou.*

Les formules de dérivation pour l'angle q_3 sont similaires. N'oublions pas qu'elles sont encore exprimées en fonction de (q2,q3) de la même façon que pour les dérivées premières. Nous avons tracé ces fonction sur la figure 4.5.

Il peut paraître surprenant que les valeurs extrêmales des dérivées secondes soient 10 fois inférieures à celles du genou et de la hanche. Cela s'explique par le fait que l'espace de travail pour la cheville se trouve dans une zone beaucoup plus plate que les espaces de travail pour la hanche ou le genou.

4.5 Calcul du pas de discrétisation

Sans prendre en compte l'erreur due à l'initialisation, nous avons pour les actionneurs simples puis doubles :

$$\varepsilon_{c1} = \delta\theta_{top}K'_s + \delta q_{num} + \frac{K''}{2}pas^2$$

$$\varepsilon_{c2} = 2\delta\theta_{top}(K'_s + K'_d) + \delta q_{num} + \frac{K''_s}{2}pas_s^2 + \frac{K''_d}{2}pas_d^2$$

En imposant ε_{c1} et ε_{c2} selon des critères de précision tolérée, on en déduit le pas de discrétisation. Pour le cas à 2 dimensions, nous choisissons les pas de telle sorte quel'influence due à l'interpolation dans chaque direction soit la même $K''_s pas_s^2 = K''_d pas_d^2$. On peut monter que cela correspond à la minimisation du nombre de termes dans le tableau pour une même valeur de l'erreur ε_{c2}.

Il est alors facile calculer le nombre de valeurs dans chaque tableau. Nous donnons ci-dessous le nombre de valeurs obtenues pour différentes précisions. Remarquons qu'avec la paramétrisation en (s,d) le tableau de valeurs de l'angle sagittal q_3 est symétrique par rapport à la différence d et l'angle frontal q_2 est antisymétrique par rapport d. Cela divise par deux N_d le nombre de valeurs selon d. Il faudra prendre en compte ces symétries dans l'écriture du driver.

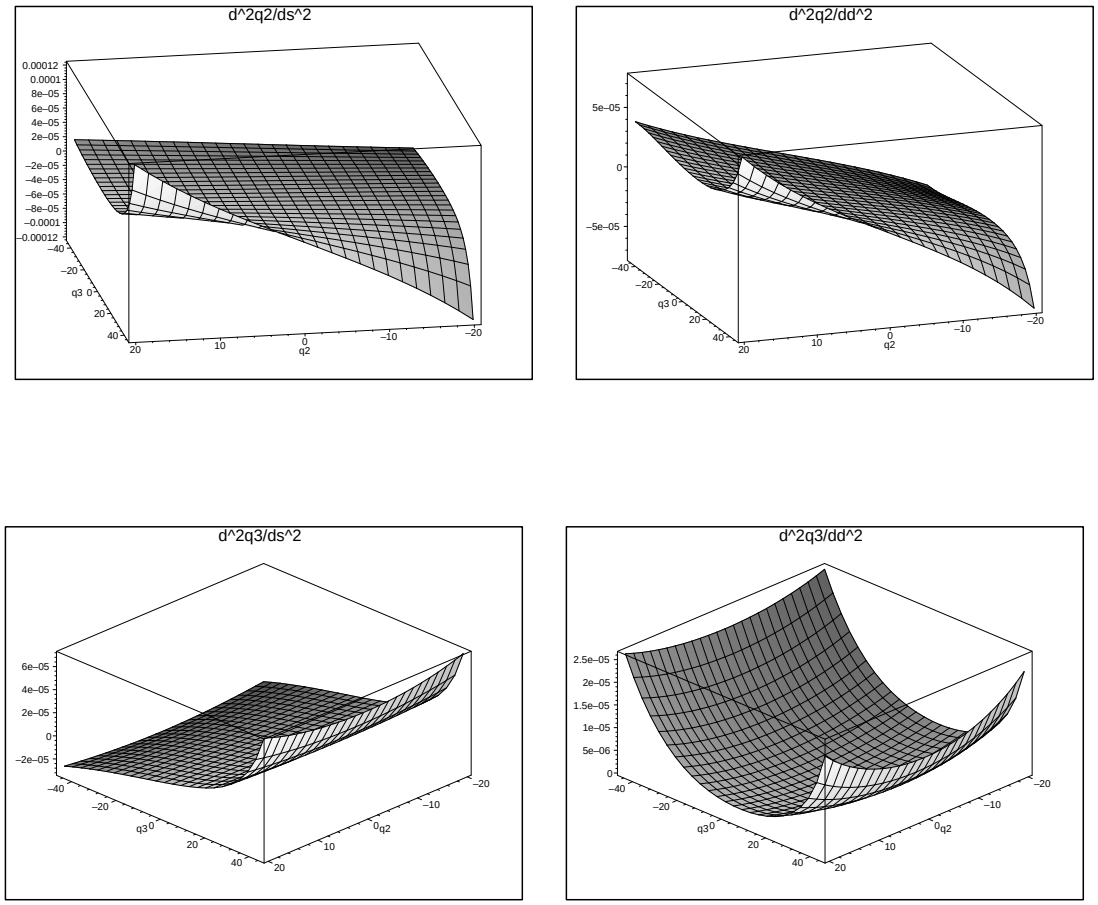

FIG. 4.5 – *dérivées secondes dans les direction 's' et 'd' du modèle direct de la cheville*

$erreur(deg)$	1/10	1/20	1/50	1/100
$chevillesagittale$				
Ns	52	73	121	185
Nd	7	10	15	23
$Ns * Nd$	364	730	1815	4255
$chevillefrontale$				
Ns	40	56	90	132
Nd	5	6	9	13
$Ns * Nd$	200	336	810	1716
$genou$				
N	73	103	166	245
$Hanche$				
N	50	71	114	166

La précision de $1/100^{me}$ de degré est largement suffisante au vu des autres erreurs largement supérieures, notamment l'initialisation. A cette précision, la totalité des tableaux n'occupe que 51 KO de mémoire, ce qui est très faible.

4.6 Programmation

Mode d'emploi du programme de génération des tableaux

Nous avons réalisé un programme mapleV 'arti.mpl' qui crée automatiquement un fichier contenant les tableaux de valeurs pour chaque articulation.

- Editer le fichier artiData.mpl pour y spécifier les paramètres physiques du robot, et notamment l'erreur tolérée pour chaque articulation.

- Taper dans mapleV la commande "read 'arti.mpl'". Cela générera le fichier "artiTab.data" qui contient les tableaux de valeurs et "artiTab.c" qui contient les paramètres des ces tableaux, utiles pour la programmation en C de la fonction d'interpolation.

Chapitre 5

Mesures de vitesse et d'accélération

De même que pour la position, la connaissance de la vitesse articulaire avec une bonne précision est essentielle. Elle intervient notamment dans le modèle dynamique global, éventuellement dans la compensation de l'inertie des moteurs par le driver (voir 3.1), ainsi que dans certaines lois de commande.

5.1 La marche humaine

Les mesures de la vitesse et de l'accélération font intervenir la forme des trajectoires de marche qui dépendent du temps.

Pour les simulations, nous disposons de valeurs numériques pour les vitesses et accélérations articulaires lors de la marche humaine dans le livre de D.Winter [9].

	$\dot{q}$ (rad/s)	$\ddot{q}$ (rad/s_2)
hanche	$[-1.71, 3.7]$	$[-37, 38]$
genou	$[-7.4, 6]$	$[-87, 107]$

Ces valeurs peuvent sembler importantes. Pour valider la cohérence de ces valeurs, faisons une décomposition fréquentielle du type Fourier : $\dot{q} = \Sigma(asin(\omega t))$. $\ddot{q} = \Sigma(-a\omega^2 cos(\omega t))$. Pour obtenir une accélération de 100 rad/s^2 pour le genou, avec une marche périodique de 1Hz et une amplitude de 1 rad, il faut que le signal possède une harmonique de 10Hz, c'est-à-dire 10 fois le fondamental. Cela nous paraît vraisemblable.

5.2 Approche du problème de la mesure de la vitesse

5.2.1 Etat de l'art

Pierre Bélanger [1] a travaillé sur l'estimation de la vitesse angulaire et de l'accélération à partir de la lecture de codeurs discrets de position. Cela correspond à notre problème.

Il propose tout d'abord de modéliser l'erreur sur la lecture de position comme étant un bruit uniforme. Puis il applique différentes méthodes d'estimation de la vitesse et de l'accélération à des trajectoires de référence:

- Les différences finies. Les calculs sont simples, mais l'erreur sur l'estimation de la vitesse et surtout de l'accélération sont très importantes

- Il propose lors d'appliquer des filtres de Kalman. Cependant les calculs sont assez lourds. De plus le choix du filtre de Kalman n'est pas optimal dans le cas de mesures discrètes car l'erreur de lecture de position n'est pas un bruit blanc.

D'après ses simulations, le filtre de Kalman n'apporte pas d'amélioration pour l'estimation de la position ; il donne une erreur moyenne sur la vitesse de 2 à 4 fois inférieure aux différences finies ; et 10 fois inférieure pour l'accélération. Cependant, l'erreur sur l'accélération reste importante, de l'ordre de 30% de l'accélération maximale.

5.2.2 Proposition d'une méthodologie

Nous pouvons retenir une partie de la démarche de l'étude de P.Bélanger:

- Choisir plusieurs trajectoires de références, qui correspondent à des trajectoires de la marche pour chaque articulation.

- Tester différents filtres de calcul des vitesses et des accélération sur ces trajectoires, en simulant le temps, et comparer les valeurs estimées par les filtres aux valeurs théoriques exactes.

Notons que les filtres choisis doivent laisser passer les fréquences significatives de la trajectoire de la marche, qui se situent entre 1Hz et 10Hz, et éliminer les bruits des mesures. Nous choisirons donc de préférence des filtres passe-bande.

Or les fréquences des harmoniques dépendent de la vitesse de marche. Il peut être intéressant d'utiliser des filtres évolutifs, dépendant de la trajectoire suivie et de la vitesse estimée afin d'obtenir une meilleure estimation de la vitesse.

Nous n'avons pas eu le temps de développer plus cette recherche de filtres. Ils devront être validés par des simulations, puis être testés directement sur le robot.

5.2.3 La méthode des différences finies

Le processeur effectue de nombreux calculs entre chaque temps d'horloge, notamment le calcul du modèle dynamique global. Nous supposons que sa période de travail d'ORCCAD sera de l'ordre de 10ms.

Dans l'objectif de connaître un ordre de grandeur de l'erreur sur la vitesse moteur à cette période, appliquons la méthode des différences finies :

$$\dot{\theta}_d = \frac{\theta(t) - \theta(t - \delta t)}{\delta t}$$

.

D'après le théorème des accroissements finis, il existe un instant $\tau \in [t-\delta t, t]$ tel que $\dot{\theta}(\tau) = \frac{\theta(t)-\theta(t-\delta t)}{\delta t}$. Ainsi, la méthode des différences finies ne permet pas de connaître la vitesse à l'instant t, mais une vitesse à un instant τ antérieur.

Soit $K'' = \max|\ddot{\theta}|$. On a $|\dot{\theta}(t) - \dot{\theta}(\tau)| \leq K''|t-\tau|$ d'où :

$$\Delta\dot{\theta} = |\dot{\theta} - \frac{\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-\delta t)}{\delta t}| \leq |\dot{\theta}(t) - \dot{\theta}(\tau)| + |\frac{\theta(t) - \theta(t-\delta t)}{\delta t} - \frac{\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-\delta t)}{\delta t}| \leq K''\delta t + \frac{2\delta\theta_{lu}}{\delta t}$$

L'erreur à la lecture de l'angle moteur est $\delta\theta_{lu} = \delta\theta_{top}$ car l'erreur à l'initialisation disparait lors de la différence des angles moteurs. La période d'échantillonnage a une influence opposée dans chacun de ces deux termes. A $\delta t = 10$ms, $\Delta\dot{\theta} = 1$rad/s alors que la vitesse articulaire est de 3 rad/s. L'erreur est due presque entièrement à $K'' * \delta t$.

Cela met en relief l'importance d'avoir une fréquence d'horloge élevée, et de rechercher des filtres de vitesse adaptés à la marche. Une solution serait d'inclure le calcul de la vitesse dans le module de ressources physiques qui peut lire les angles moteurs à une période de 1ms, supérieure à la période de 10ms d'ORCCAD.

Remarque : il est inutile d'envisager mesure le temps écoulé entre deux tops codeurs car le système de mesure de la position ne le permet pas.

5.3 Vitesse articulaire et accélération

Nous disposons de 2 méthodes différentes pour l'estimation de la vitesse articulaire :

- Partir des positions articulaires estimées puis appliquer un filtre de vitesse pour calculer la vitesse articulaire. La méthode de différence finie $v_a = \frac{P_a(t)-P_a(t-\delta t)}{\delta t}$ est la plus connue.

- Partir des positions des axes moteurs lues, en déduire la vitesse moteur, puis convertir en vitesse articulaire via le modèle cinématique.

Nous allons étudier ci-dessous l'erreur générée lors de la conversion de la vitesse moteur $\dot{\theta_m}$ en vitesse articulaire $\dot{q_a}$ avec $\dot{q} = \frac{\dot{\theta}}{r}$.

Le raisonnement est identique pour l'accélération à partir de la vitesse car nous avons $\ddot{q} = \frac{\ddot{\theta}}{r}$

5.4 Rapport de réduction

Pour le calcul de $\frac{1}{r(\theta)}$, nous avons deux possibilités :

- Construire des tableaux de valeurs. Cela augmente encore la taille mémoire occupée par le modèle géométrique. L'avantage est que nous pouvons ainsi contrôler l'erreur.

- Utiliser les tableaux de valeurs dont nous disposons déjà, c'est-à-dire ceux du modèle direct $g = f(\theta)$ et approcher $\frac{1}{r(\theta)}$ par la pente entre les deux points du tableau les plus proches de θ. Le pas de discrétisation est déjà fixé, mais il est possible de le remodifier si besoin est.

Notons que $\dot{\theta}$ ne dépend que du temps et $\frac{1}{r(\theta)}$ que de θ, puis différencions $\dot{q} = \frac{\dot{\theta}}{r}$:

$$\Delta\dot{q} = \Delta\dot{\theta}\frac{1}{r(\theta)} + \dot{\theta}\Delta\frac{1}{r(\theta)}$$

Remarquons que l'erreur sur la vitesse moteur $\Delta\dot{\theta}$ est favorablement réduite par le rapport de réduction d'un facteur compris entre 60 et 110 (voir la figure 4.2). Nous pouvons grâce à cela espérer obtenir une assez bonne approximation de la vitesse.

5.4.1 Utilisation des tableaux du modèle direct $g = f(\theta)$

Calculons l'erreur max $\Delta\frac{1}{r(\theta)}$ correspondante à l'approximation de $\frac{1}{r(\theta)}$ par la pente entre les deux points du tableau. Soit (a,b) des valeurs de discrétisation de θ telles que $a \leq \hat{\theta} \leq b$, avec $b - a = pas$. Soit c le point de $[a, b]$ tel que $f'(c) = \frac{g(b)-g(a)}{b-a}$:

$$|f'(\theta) - \frac{\hat{g}(b) - \hat{g}(a)}{b - a}| \leq |f'(\theta) - f'(\hat{\theta})| + |f'(\hat{\theta}) - f'(c)| + |\frac{g(b) - g(a)}{b - a} - \frac{\hat{g}(b) - \hat{g}(a)}{b - a}|$$

$$\Delta\frac{1}{r} \leq K'' * \delta\theta + K'' * pas + \frac{2\delta_{num}}{pas}$$

Ici aussi, une grande par de l'erreur est due à $\delta\theta_{init}$. Cependant, même avec un pas large, la précision atteinte est très bonne.

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

Ce stage de trois mois dans un laboratoire de recherche de l'INRIA m'a permis de me familiariser avec le monde de la recherche. Travailler dans le projet BIP et contribuer à faire marcher un robot bipède est un sujet passionnant. Un tel projet exige la collaboration de plusieurs équipes spécialisées dans des domaines aussi différents que la mécanique, l'électronique, l'informatique temps réel, et l'automatique. Une telle variété est enrichissante, à la fois sur le plan scientifique en abordant l'interaction entre les sciences, et sur le plan humain, avec la nécessité du travail en équipe et les difficultés de gestion d'un projet de grande envergure.

Je remercie toutes les personnes qui m'ont aidé dans mon travail : Philippe Sardain du LMS, les ingénieurs de recherche des moyens robotiques, mon directeur de stage Bernard Espiau, toute l'équipe du projet BIP et plus particulièrement Pierre-Brice Wieber qui a suivi de près mon travail pendant mes trois mois de stage.

6.1 Bilan du travail réalisé

Mon travail s'est situé à l'interface entre les différentes équipes du projet, et j'ai du prendre en compte à la fois des critères de mécanique, d'informatique et d'automatique. C'est un domaine qui n'avait pas encore été exploré. L'ensemble de mon travail a abouti aux résultats suivants :

- La synthèse des différents documents sur le robot BIP.

- La proposition des modèles dynamique et géométrique de la chaîne de réduction pour les actionneurs simples et parallèles.

- Une estimation des différentes sources d'erreurs sur le modèle géométrique.

- La proposition de procédures d'initialisation, de mesure des frottements et de recherche de filtres de vitesse.

- La programmation d'un générateur automatique des tableaux de valeurs du modèle géométrique.

Je regrette de ne pas avoir eu l'occasion d'effectuer des manipulations sur le robot. Cela constituait un des attraits les plus intéressants de ce stage.

6.2 Perspectives

Le but de ce document est de servir de support de travail sur la commande des actionneurs du robot bipède. Ceci dit, le travail n'est pas terminé et il faudrait :

- Programmer le driver. Cela comprend le module de ressources physiques et le module du modèle dynamique. Faire des tests sur le temps nécessaire à la réalisation d'opérations élémentaires, comme la lecture d'un angle moteur et sa conversion en angle articulaire.

- Programmer puis mettre en oeuvre les procédures d'initialisation et de mesure des frottements, éventuellement de façon adaptative.

- Rechercher des filtres de vitesse et d'accélération. Les tester par simulation sur des trajectoires de référence.

Annexe A

Dimensionnement des transmetteurs

Ces valeurs sont celles du prototype BIP2000 et correspondent aux modifications données par Philippe Sardainle 28 avril 1999. Les dimensions sont contractuelles. Leur précision estde quelques micro-mètres.

Les notations sont celles du document d'Edwige.

La Cheville:
$q_2min = -20$: (en degrés) Valeur minimale de l'angle articulaire
$q_2max = 20$: (en degrés) Extension maximale de l'angle articulaire
$q_2init = 0$: (en degrés) Angle articulaire d'initialisation
$q_3min = -45$: (en degrés) Valeur minimale de l'angle articulaire
$q_3max = 45$: (en degrés) Extension maximale de l'angle articulaire
$q_3init = 0$: (en degrés) Angle articulaire d'initialisation
$Pas_3 = 4$: (en mm) Pas de la vis
$e_3 = 51.2$: (en mm) hauteur de tête de biellette
$l_3 = 125.8$: (en mm) longueur des biellettes de la jambe (m)
$h_3 = 37.9$: (en mm) désaxage des écrous internes et externes
$bp = 0$: (en mm) longueur pour le calcul du bras de levier
$cp = 60$: (en mm) longueur pour le calcul du bras de levier
$dp = 37.9$: (en mm) longueur pour le calcul du bras de levier
$\gamma_3 = -5.782$: (en degrés) direction glissière/jambe (rad)
$\phi_3 = -35.78$: (en degrés) angle bras de levier/rotule
Le Genou:
$q_4min = 0$: (en degrés) Valeur minimale de l'angle articulaire
$q_4max = 90$: (en degrés) Extension maximale de l'angle articulaire
$q_4init = 0$: (en degrés) Angle articulaire d'initialisation
$Red_4 = 0.6$: Rapport de réduction
$Pas_4 = 5$: (en mm) Pas de la vis
$e_4 = 49$: (en mm) hauteur de tête de biellette pour la vis du genou
$l_4 = 106.2$: (en mm) longueur de biellette de la cuisse
$R_4 = 55$: (en mm) longueur bras de levier de la jambe
$\gamma_4 = 2.51$: (en degrés) direction glissière/cuisse
La Hanche:
$q_5min = 15$: (en degrés) Valeur minimale de l'angle articulaire
$q_5max = 105$: (en degrés) Extension maximale de l'angle articulaire

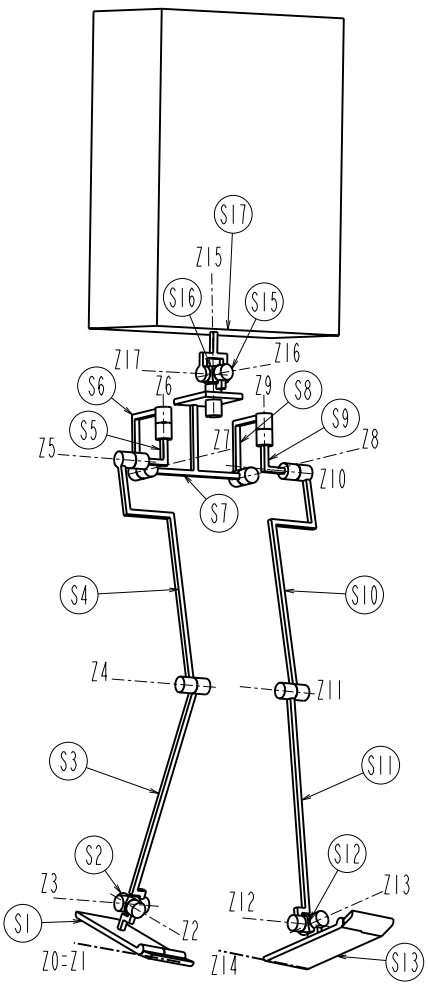

FIG. A.1 – *Schéma cinématique du robot.*

$q_5init = 90$: (en degrés) Angle articulaire d'initialisation
$Red_5 = -0.6$: Rapport de réduction
$Pas_5 = 5$: (en mm) Pas de la vis
$e_5 = 49$: (en mm) hauteur de tête de biellette
$l_5 = 150.4$: (en mm) longueur de biellette de la cuisse
$R_5 = 55$: (en mm) longueur bras de levier de la cuisse
$\phi_5 = 35$: (en degrés) angle bras de levier/hanche

Annexe B

Résultats de l'étude de M.Rostami sur les frottements des articulations d'un prototype de jambe du bipède

Bibliographie

[1] Pierre R. Bélanger. Estimation of angular velocity and acceleration from shaft encoder measurements. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pages 585–592, Nice, may 1992.

[2] McGeer. Passive dynamic walking. In *Int. J. of Rob. Res.*, 1990.

[3] Parvex. Sbs servoamplificateurs, servomoteurs brushless, avec resolver. Technical Report (33) 03 80 42 41 40, Gec Alsthom, 8, av. du Lac - B.P.249 - F 21007 DIJON Cedex, année?

[4] Juan Antonio Rojas-Estrada. Essai de deux types de commande sur le prototype de jambe bip. Rapport No1 - SP2MI Laboratoire de Mécanique des Solides UMR 6610 CNRS, janvier 1999.

[5] Mostafa Rostami. *Contribution à l'étude dynamique de la phase unipodale de la marche sagitale, et étude expérimentale du comportement dynamique d'un membre locomoteur anthropomorphe de robot bipède.* PhD thesis, Université de Poitiers, mars 1999.

[6] Philippe Sardain. Paramétrage géométrique et inertiel de bip2000. Technical report, LMS Poitiers, 1999.

[7] Edwige Thomas. Fiches dimensionnelles des systèmes moteur-transmetteurs. Technical report, Rapport interne, SP2MI - Laboratoire de Mécanique des Solides - UMR 6610 CNRS, mai 1998, valeurs numériques réactualisées en avril 1999.

[8] G.Bessonnet T.Saidouni. P.Sardain. Kinetmatic analysis of a parallel mechanism actuating the ankle of a biped robot. In *10th world congress on the theory of machine and mechanisms*, Finland, June 20-24 1999.

[9] David A. Winter. *Biomecanics and motors control of human movement.* Wiley-Interscience Publication, 1990, second edition.